

Werk

Titel: Mathematische Physik

Jahr: 1867

Kollektion: Mathematica

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN236006339

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN236006339>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=236006339>

LOG Id: LOG_0010

LOG Titel: Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus. 1838

LOG Typ: chapter

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN235957348

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN235957348>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=235957348>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

ALLGEMEINE THEORIE
DES
E R D M A G N E T I S M U S.

Der rastlose Eifer, womit man in neuerer Zeit in allen Theilen der Erdoberfläche die Richtung und Stärke der magnetischen Kraft der Erde zu erforschen strebt, ist eine um so erfreulichere Erscheinung, je sichtbarer dabei das rein wissenschaftliche Interesse hervortritt. Denn in der That, wie wichtig auch für die Schifffahrt die möglichst vollständige Kenntniss der Abweichungslinie ist, so erstreckt sich doch ihr Bedürfniss eben nicht weiter, und was darüber hinausliegt, bleibt für jene beinahe gleichgültig. Aber die Wissenschaft, wenn gleich gern auch dem materiellen Interesse förderlich, lässt sich nicht auf dieses beschränken, sondern fordert für Alle Elemente ihrer Forschung gleiche Anstrengung.

Die Ausbeute der magnetischen Beobachtungen pflegt man auf den Erdkarten durch drei Systeme von Linien darzustellen, die man wohl die isogonischen, isoklinischen und isodynamischen Linien genannt hat. Diese Linien ändern ihre Gestalt und Lage im Laufe der Zeit sehr bedeutend, so dass Eine Zeichnung nur den Zustand der Erscheinung für einen bestimmten Zeitpunkt angibt. HALLEY'S Declinationskarte ist sehr verschieden von BARLOW'S Darstellung im Jahr 1833; und HANSTEEN'S Inclinationskarte für 1780 weicht schon sehr stark von der jetzigen Lage der isoklinischen Linien ab: die Versuche, die Intensität darzustellen, sind noch zu neu, als dass sich bei derselben schon jetzt ähnliche Änderungen

nachweisen liessen, die ohne Zweifel im Laufe der Zeit nicht ausbleiben werden. Alle diese Karten sind jetzt noch mehr oder weniger lückenhaft, oder theilweise unzuverlässig: es steht aber zu hoffen, dass, wenn sie auch die Vollständigkeit, wegen der Unzugänglichkeit einiger Theile der Erdoberfläche, nicht ganz erreichen können, sie doch mit raschen Schritten sich ihr mehr nähern werden.

Vom höhern Standpunkt der Wissenschaft aus betrachtet ist aber diese möglichst vollständige Zusammenstellung der Erscheinungen auf dem Wege der Beobachtung noch nicht das eigentliche Ziel selbst: man hat damit nur ähnliches gethan, wie der Astronom, wenn er z. B. die scheinbare Bahn eines Kometen auf der Himmelskugel beobachtet hat. Man hat nur Bausteine, kein Gebäude, so lange man nicht die verwickelten Erscheinungen Einem Princip unterwürfig gemacht hat. Und wie der Astronom, nachdem das Gestirn sich seinen Augen entzogen hat, sein Hauptgeschäft erst anfängt, gestützt auf das Gravitationsgesetz aus den Beobachtungen die Elemente der wahren Bahn berechnet, und dadurch sogar sich in den Stand setzt, den weitem Lauf mit Sicherheit anzugeben: so soll auch der Physiker sich die Aufgabe stellen, wenigstens in so weit die ungleichartigen und zum Theil weniger günstigen Umstände es verstatten, die die Erscheinungen des Erdmagnetismus hervorbringenden Grundkräfte nach ihrer Wirkungsart und nach ihren Grössenwerthen zu erforschen, die Beobachtungen, so weit sie reichen, diesen Elementen zu unterwerfen, und dadurch selbst wenigstens mit einem gewissen Grade von sicherer Annäherung die Erscheinungen für die Gegenden, wohin die Beobachtung nicht hat dringen können, zu anticipiren. Es ist jedenfalls gut, dies höchste Ziel vor Augen zu haben, und die Gangbarmachung der dazu führenden Wege zu versuchen, wenn auch gegenwärtig, bei der grossen Unvollkommenheit des Gegebenen, mehr als eine entfernte Annäherung zu dem Ziele selbst noch nicht möglich ist.

Es ist nicht meine Absicht, hier diejenigen frühern erfolglosen Versuche zu erwähnen, wobei man ohne alle physikalische Grundlage das grosse Räthsel errathen zu können meinte. Eine physikalische Grundlage kann man nur solchen Versuchen zugestehen, welche die Erde wie einen wirklichen Magnet betrachten, und die erwiesene Wirkungsart eines Magneten in die Ferne allein der Rechnung unterstellen. Aber alle bisherigen Versuche dieser Art haben das gemein, dass man, anstatt zuerst zu untersuchen, *wie* dieser grosse Magnet beschaffen sein müsse, um den Erscheinungen Genüge zu leisten, gleich gefasst darauf, eine

einfache oder eine sehr zusammengesetzte Beschaffenheit hervorgehen zu sehen, vielmehr von vorne her von einer bestimmten einfachen Beschaffenheit ausging, und probirte, ob die Erscheinungen sich mit solcher Hypothese verträgen. Indessen wiederholt sich hierin nur, was die Geschichte der Astronomie und der Naturwissenschaften von den Anfängen so vieler unserer Kenntnisse berichtet.

Die einfachste Hypothese dieser Art ist die, nur einen einzigen sehr kleinen Magnet im Mittelpunkt der Erde anzunehmen, oder vielmehr (da schwerlich jemand im Ernste an das wirkliche Vorhandensein eines solchen Magnets geglaubt hat) vorauszusetzen, der Magnetismus sei in der Erde so vertheilt, dass die Gesamtwirkung nach aussen der Wirkung eines fingirten unendlich kleinen Magnets äquivalire, ungefähr eben so, wie die Gravitation gegen eine homogene Kugel der Anziehung einer gleich grossen, im Mittelpunkt concentrirten Masse gleichkommt. In dieser Voraussetzung sind die beiden Punkte, wo die Fortsetzung der magnetischen Axe jenes Centralmagnets die Erdoberfläche schneidet, die magnetischen Pole der Erde, in denen die Magnetnadel vertical steht, und zugleich die Intensität am grössten ist; in dem grössten Kreise mitten zwischen beiden Polen (dem magnetischen Aequator) wird die Inclination $= 0$ und die Intensität halb so gross als in den Polen; zwischen dem magnetischen Aequator und einem Pole hängt sowohl Inclination als Intensität nur von dem Abstände von jenem Aequator (der magnetischen Breite) ab, und zwar so, dass die Tangente der Inclination der doppelten Tangente dieser Breite gleich ist; endlich fällt die Richtung der horizontalen Nadel überall mit der Richtung eines nach dem nordlichen magnetischen Pole gezogenen grössten Kreises zusammen. Mit allen diesen nothwendigen Folgen jener Hypothese stimmt aber die Natur nur in roher Annäherung überein; in der Wirklichkeit ist die Linie verschwindender Inclination kein grösster Kreis, sondern eine Linie von doppelter Krümmung; bei gleichen Neigungen findet man nicht gleiche Intensitäten; die Richtungen der horizontalen Nadel sind weit davon entfernt, alle nach Einem Punkte zu convergiren u. s. f. Es reicht also schon die oberflächliche Betrachtung hin, die Verwerflichkeit dieser Hypothese zu zeigen: gleichwohl wendet man den Einen der obigen Sätze noch jetzt als eine Näherung an, um die Lage der Linie verschwindender Inclinationen aus solchen Beobachtungen abzuleiten, die in einiger Entfernung von ihr, bei mässigen Inclinationen, gemacht sind.

Von einer ähnlichen Hypothese war bereits vor 80 Jahren TOBIAS MAYER

ausgegangen, nur mit der Modification, dass er den unendlich kleinen Magnet nicht in den Mittelpunkt der Erde, sondern etwa um den siebenten Theil des Erdhalbmessers davon entfernt setzte: doch behielt er, vermuthlich um grössere Verwickelung der Rechnung zu vermeiden, die an sich ganz willkürliche Beschränkung bei, dass die gegen die Axe des Magnets senkrechte Ebene durch den Mittelpunkt der Erde gehe. Auf diese Art fand er, bei einer freilich nur sehr kleinen Anzahl von Oertern, die beobachteten Abweichungen und Neigungen mit seiner Rechnung ganz gut übereinstimmend. Eine ausgedehntere Prüfung würde aber bald gezeigt haben, dass man mit jener Hypothese das Ganze der Erscheinungen dieser beiden Elemente nicht viel besser darstellen kann, als mit der zuerst erwähnten. Intensitätsbestimmungen gab es bekanntlich damals noch gar nicht.

HANSTEEN ist einen Schritt weiter gegangen, indem er die Hypothese *zweier* unendlich kleiner Magnete von ungleicher Lage und Stärke den Erscheinungen anzupassen versucht hat. Die entscheidende Prüfung der Zulässigkeit oder Unzulässigkeit einer Hypothese bleibt immer die Vergleichung der in ihr erhaltenen Resultate mit den Erfahrungen. HANSTEEN hat die seinige mit den Beobachtungen an 48 verschiedenen Oertern verglichen, unter denen sich jedoch nur 12 befinden, wo die Intensität mit bestimmt ist, und überhaupt nur 6, wo alle drei Elemente vorkommen. Wir treffen hier noch Differenzen zwischen der Rechnung und Beobachtung an, die bei der Inclination fast auf 13 Grad steigen *).

Wenn man nun so grosse Abweichungen den Forderungen nicht entsprechend findet, die an eine genügende Theorie gemacht werden müssen, so kann man nicht umhin, den Schluss zu ziehen, dass die magnetische Beschaffenheit des Erdkörpers keine solche ist, für welche eine Concentrirung in Einen oder ein Paar einzelne unendlich kleine Magnete als Stellvertreterin gelten könnte. Es wird damit nicht geleugnet, dass mit einer *grössern* Anzahl solcher fingirten Magnete zuletzt eine genügende Uebereinstimmung erreichbar werden könnte: allein eine ganz andere Frage ist, ob eine solche Form der Auflösung der Aufgabe gerathen sein würde; es scheint in der That, dass die schon bei zwei Magneten so

*) Bei der Declination kommt sogar einmal ein Unterschied von mehr als 29 Grad vor: allein es ist billig, den Fehler der Rechnung nicht nach der Zahl der Declinationsgrade, sondern nach der wirklichen Ungleichheit zwischen der berechneten und beobachteten ganzen Richtung zu schätzen, wo er bei dem in Rede stehenden Orte $11\frac{1}{2}$ Grad beträgt.

überaus beschwerlichen Rechnungen für eine bedeutend grössere Zahl der Ausführbarkeit unübersteigliche Schwierigkeiten entgegensetzen würden. Das Beste wird sein, diesen Weg ganz zu verlassen, der unwillkürlich an die Versuche erinnert, die Planetenbewegungen durch immer mehr gehäufte Epicykeln zu erklären.

In der gegenwärtigen Abhandlung werde ich die allgemeine Theorie des Erdmagnetismus, unabhängig von allen besondern Hypothesen über die Vertheilung der magnetischen Flüssigkeit im Erdkörper, entwickeln, und zugleich die Resultate mittheilen, welche ich aus der ersten Anwendung der Methode erhalten habe. So unvollkommen diese Resultate auch sein müssen, so werden sie doch einen Begriff davon geben können, was man hoffen darf in Zukunft zu erreichen, wenn einer feinern und wiederholten Ausfeilung derselben erst zuverlässige und vollständige Beobachtungen aus allen Gegenden der Erde werden untergelegt werden können.

1.

Die Kraft, welche einer in ihrem Schwerpunkte aufgehängten Magnetnadel an jedem Orte der Erde eine bestimmte Richtung ertheilt, indem jede fremde äussere Ursache, die auf die Nadel wirken könnte (wie die Nähe eines andern künstlichen Magnets, oder die Nähe des Leiters eines galvanischen Stroms) als beseitigt vorausgesetzt wird, nennt man die erdmagnetische Kraft, insofern man den Sitz ihrer Ursache nur in dem Erdkörper selbst suchen kann. Zweifelhaft ist allerdings, ob die regelmässigen und unregelmässigen stündlichen Aenderungen in jener Kraft nicht ihre nächsten Ursachen ausserhalb des Erdkörpers haben mögen, und es steht zu hoffen, dass die jetzt auf diese Erscheinungen allgemein gerichtete Aufmerksamkeit der Naturforscher uns darüber in Zukunft bedeutende Aufschlüsse geben werde. Allein man darf nicht vergessen, dass diese Änderungen vergleichungsweise nur sehr klein sind, und dass also eine viel stärkere beharrlich wirkende Hauptkraft da sein muss, deren Sitz wir in der Erde selbst annehmen. Es knüpft sich hieran sofort die Folgerung, dass die zur Untersuchung dieser Hauptkraft dienenden thatsächlichen Grundlagen eigentlich von den erwähnten anomalischen Aenderungen befreiet sein sollten, was nur durch Mit-

telwerthe aus zahlreichen fortgesetzten Beobachtungen möglich ist, und dass so lange solche reine Resultate nicht von einer grossen Anzahl von Punkten auf der ganzen Erdoberfläche vorhanden sind, das Höchste, was man wird erreichen können, eine Annäherung ist, wobei Differenzen von der Ordnung solcher Anomalien zurückbleiben können.

2.

Die Grundlage unserer Untersuchungen ist die Voraussetzung, dass die erdmagnetische Kraft die Gesamtwirkung der magnetisirten Theile des Erdkörpers ist. Das Magnetisirtsein stellen wir uns als eine Scheidung der magnetischen Flüssigkeit vor: diese Vorstellungsweise einmal angenommen, gehört die Wirkungsart dieser Flüssigkeiten (Abstossung oder Anziehung des Gleichnamigen oder Ungleichnamigen im verkehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung) zu den erwiesenen physikalischen Wahrheiten. Eine Vertauschung dieser Vorstellungsart mit der AMPÈRESchen, wonach, mit Beseitigung der magnetischen Flüssigkeiten, der Magnetismus nur in beharrlichen galvanischen Strömungen in den kleinsten Theilen der Körper besteht, würde in den Resultaten gar nichts abändern; dasselbe würde auch gelten, wenn man den Erdmagnetismus einer gemischten Ursache zuschreiben wollte, so dass derselbe theils aus Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten in der Erde, theils aus galvanischen Strömungen in derselben herührte, indem bekanntlich anstatt eines jeden galvanischen Stromes eine solche bestimmte Vertheilung von magnetischen Flüssigkeiten an einer von der Stromlinie begrenzten Fläche substituirt werden kann, dass dadurch in jedem Punkte des äussern Raumes genau dieselbe magnetische Wirkung ausgeübt wird, wie durch den galvanischen Strom.

3.

Zur Abmessung der magnetischen Flüssigkeiten legen wir, wie in der Schrift *Intensitas vis magneticae* etc., diejenige Quantität nordlichen Fluidums als positive Einheit zum Grunde, welche auf eine eben so grosse Quantität desselben Fluidums in der zur Einheit angenommenen Entfernung eine bewegende Kraft ausübt, die der zur Einheit angenommenen gleich ist. Wenn wir von der magnetischen Kraft, welche in irgend einem Punkte des Raumes, als Wirkung von anderswo befindlichem magnetischen Fluidum, schlechthin sprechen, so ist darunter immer

die bewegende Kraft verstanden, welche daselbst auf die Einheit des positiven magnetischen Fluidums ausgeübt wird. In diesem Sinne übt folglich die in einem Punkt concentrirt gedachte magnetische Flüssigkeit μ in der Entfernung ρ die magnetische Kraft $\frac{\mu}{\rho^2}$ aus, und zwar abstossend oder anziehend in der Richtung der geraden Linie ρ , je nachdem μ positiv oder negativ ist. Bezeichnet man durch a, b, c die Coordinaten von μ in Beziehung auf drei unter rechten Winkeln einander schneidende Axen; durch x, y, z die Coordinaten des Punkts, wo die Kraft ausgeübt wird, so dass $\rho = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$, und zerlegt die Kraft den Coordinatenaxen parallel, so sind die Componenten

$$\frac{\mu(x-a)}{\rho^3}, \quad \frac{\mu(y-b)}{\rho^3}, \quad \frac{\mu(z-c)}{\rho^3}$$

welche, wie man leicht sieht, den partiellen Differentialquotienten von $-\frac{\mu}{\rho}$ nach x, y und z gleich sind.

Wirken ausser μ noch andere Theile magnetischen Fluidums, μ', μ'', μ''' u. s. w., concentrirt in Punkten, deren Entfernung von dem Wirkungsorte bezugweise ρ', ρ'', ρ''' u. s. w. ist, so sind die Componenten der ganzen daraus resultirenden magnetischen Kraft, parallel mit den Coordinatenaxen, gleich den partiellen Differentialquotienten von

$$-\left(\frac{\mu}{\rho} + \frac{\mu'}{\rho'} + \frac{\mu''}{\rho''} + \frac{\mu'''}{\rho'''} + \text{u. s. w.}\right)$$

nach x, y und z .

4.

Man übersieht hienach leicht, welche magnetische Kraft in jedem Punkte des Raumes von der Erde ausgeübt werde, wie auch die magnetischen Flüssigkeiten in derselben vertheilt sein mögen. Man denke sich das ganze Volumen der Erde, so weit es freien Magnetismus, d. i. geschiedene magnetische Flüssigkeiten enthält, in unendlich kleine Elemente zerlegt, bezeichne unbestimmt die in jedem Elemente enthaltene Menge freien magnetischen Fluidums mit $d\mu$, wobei südliches stets als negativ betrachtet wird; ferner mit ρ die Entfernung des $d\mu$ von einem unbestimmten Punkte des Raumes, dessen rechtwinklige Coordinaten x, y, z sein mögen, endlich mit V das Aggregat der $\frac{d\mu}{\rho}$ mit verkehrtem Zeichen durch die Gesamtheit aller magnetischen Theilchen der Erde erstreckt. oder es sei

$$V = - \int \frac{d\mu}{\rho}$$

Es hat also V in jedem Punkte des Raumes einen bestimmten Werth, oder es ist eine Function von x, y, z , oder auch von je drei andern veränderlichen Grössen, wodurch man die Punkte des Raumes unterscheidet. Die magnetische Kraft ψ in jedem Punkte des Raumes, und die Componenten ξ, η, ζ , die aus der Zerlegung von ψ parallel mit den Coordinatenaxen entstehen, finden sich dann durch die Formeln

$$\xi = \frac{dV}{dx}, \quad \eta = \frac{dV}{dy}, \quad \zeta = \frac{dV}{dz}, \quad \psi = \sqrt{(\xi\xi + \eta\eta + \zeta\zeta)}$$

5.

Es sollen nun zuvörderst einige allgemeine von der Form der Function V unabhängige Sätze entwickelt werden, die wegen ihrer Einfachheit und Eleganz merkwürdig sind.

Das vollständige Differential von V wird

$$\begin{aligned} dV &= \frac{dV}{dx} \cdot dx + \frac{dV}{dy} \cdot dy + \frac{dV}{dz} \cdot dz \\ &= \xi dx + \eta dy + \zeta dz \end{aligned}$$

Bezeichnet man mit ds die Entfernung zwischen den beiden Punkten, auf welche sich V und $V + dV$ beziehen, und mit θ den Winkel, welchen die Richtung der magnetischen Kraft ψ mit ds macht, so wird

$$dV = \psi \cos \theta \cdot ds$$

weil $\frac{\xi}{\psi}, \frac{\eta}{\psi}, \frac{\zeta}{\psi}$ die Cosinus der Winkel sind, welche die Richtung von ψ mit den Coordinatenaxen macht, hingegen $\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}$ die Cosinus der Winkel zwischen ds und denselben Axen. Es ist also $\frac{dV}{ds}$ gleich der auf die Richtung von ds projecirten Kraft; dasselbe folgt auch schon aus der Gleichung $\frac{dV}{dx} = \xi$, wenn man sich erinnert, dass die Coordinatenaxen nach Willkür gewählt werden können.

6.

Werden zwei Punkte im Raume, P^0, P' durch eine beliebige Linie verbunden, wovon ds ein unbestimmtes Element vorstellt, und bedeutet wie vorhin θ den Winkel zwischen ds und der Richtung der daselbst Statt findenden

magnetischen Kraft, und ψ deren Intensität, so ist

$$\int \psi \cos \theta . ds = V' - V^0$$

wenn man die Integration durch die ganze Linie ausdehnt, und mit V^0 , V' die Werthe von V an den Endpunkten bezeichnet.

Folgende Corollarien dieses fruchtbaren Satzes verdienen hier besonders angeführt zu werden:

I. Das Integral $\int \psi \cos \theta . ds$ behält einerlei Werth: auf welchem Wege man auch von P^0 nach P' übergeht.

II. Das Integral $\int \psi \cos \theta . ds$ durch die ganze Länge irgend einer in sich zurückkehrenden Linie ausgedehnt, ist immer $= 0$.

III. In einer geschlossenen Linie muss, wenn nicht durchgehend $\theta = 90^\circ$ ist, ein Theil der Werthe von θ kleiner und ein Theil grösser als 90° sein.

7.

Die Fläche, in deren sämtlichen Punkten V einerlei bestimmten Werth $= V^0$ hat, scheidet die Punkte des Raumes, in welchen V einen Werth grösser als V^0 hat, von denen, wo der Werth kleiner als V^0 ist*). Aus dem Satz des Art. 5. folgt leicht, dass die magnetische Kraft in jedem Punkte dieser Fläche eine gegen die Fläche senkrechte Richtung hat, und zwar nach der Seite zu, auf welcher die grössern Werthe von V Statt finden. Ist ds eine unendlich kleine gegen die Fläche senkrechte Linie, und $V^0 + dV^0$ der Werth von V an dem andern Endpunkte derselben, so wird die Intensität der magnetischen Kraft $= \frac{dV^0}{ds}$. Die Gesammtheit der Punkte, wofür $V = V^0 + dV^0$ ist, bildet eine zweite der ersten unendlich nahe Fläche, und an den verschiedenen Stellen des ganzen Zwischenraumes ist die Intensität der magnetischen Kraft der Entfernung beider Flächen von einander verkehrt proportional. Lässt man V durch unendlich kleine aber gleiche Stufen sich ändern, so entsteht dadurch ein System

*) Könnte die Function V jede willkürlich aufgestellte Form haben, so könnte in besondern Fällen ein Maximum- oder Minimum-Werth von V einem isolirten Punkte oder einer isolirten Linie entsprechen, um welchen oder um welche ringsum bloss kleinere oder bloss grössere Werthe Statt finden würden, oder auch einer Fläche, auf deren beiden Seiten zugleich kleinere oder grössere Werthe gälten. Allein die Bedingungen, denen die Function V unterworfen ist, lassen diese Ausnahmefälle nicht zu. Eine ausführliche Entwicklung dieses Gegenstandes muss aber, da sie für unsern gegenwärtigen Zweck unnothig ist, einer andern Gelegenheit vorbehalten bleiben.

von Flächen, die den Raum in unendlich dünne Schichten abtheilen, und die verkehrte Proportionalität der Dicke der Schichten zu der Intensität der magnetischen Kraft gilt dann nicht bloss für verschiedene Stellen einer und derselben Schicht, sondern auch für verschiedene Schichten.

8.

Wir wollen nun das Verhalten der Werthe von V auf der Oberfläche der Erde betrachten.

Es sei in einem Punkte P der Erdoberfläche ψ die Intensität, PM die Richtung der ganzen magnetischen Kraft; ω die Intensität, PN die Richtung der auf die horizontale Ebene projicirten Kraft, oder PN die Richtung des magnetischen Meridians, in dem Sinn vom Südpol der Magnetnadel zum Nordpol; i der Winkel zwischen PM und PN oder die Inclination; θ , t die Winkel zwischen dem Elemente ds einer auf der Erdoberfläche liegenden Linie und den Richtungen PM , PN ; endlich entsprechen V und $V+dV$ dem Anfangs- und Endpunkte von ds . Wir haben folglich

$$\cos \theta = \cos i \cos t, \quad \omega = \psi \cos i$$

und die Gleichung des Art. 5. verwandelt sich in

$$dV = \omega \cos t \cdot ds$$

Sind also zwei Punkte P^0 , P' auf der Erdoberfläche, in welchen V die Werthe V^0 , V' hat, durch eine ganz auf der Erdoberfläche liegende Linie verbunden, von welcher ds ein unbestimmtes Element bedeutet, so ist

$$\int \omega \cos t \cdot ds = V' - V^0$$

wenn die Integration durch die ganze Linie ausgedehnt wird, und offenbar gelten nun auch hier drei den im Art. 6. angeführten ganz ähnliche Corollarien, nemlich:

I. Das Integral $\int \omega \cos t \cdot ds$ behält einerlei Werth, auf welchem Wege auf der Oberfläche der Erde man auch von P^0 nach P' übergeht.

II. Das Integral $\int \omega \cos t \cdot ds$ durch die ganze Länge einer auf der Oberfläche der Erde liegenden geschlossenen Linie ist immer $= 0$.

III. In einer solchen geschlossenen Linie muss nothwendig, falls nicht

durchgehends $t = 90^\circ$ ist. ein Theil der Werthe von t spitz und ein Theil stumpf sein.

9.

Die Sätze I. und II. des vorhergehenden Artikels (welche eigentlich nur zwei verschiedene Einkleidungen derselben Sache sind) lassen sich wenigstens näherungsweise an wirklichen Beobachtungen prüfen. Es sei $P^0 P' P'' \dots P^0$ ein Polygon auf der Erdoberfläche, dessen Seiten die kürzesten Linien zwischen ihren Endpunkten, also, wenn man die Erde hier nur als kugelförmig betrachtet, grösste Kreisbögen sind. Es seien $\omega^0, \omega', \omega''$ u. s. w. die Intensitäten der horizontalen magnetischen Kraft in den Punkten P^0, P', P'' u. s. w.; ferner $\delta^0, \delta', \delta''$ u. s. w. die Declinationen, die man nach üblicher Weise westlich vom Nordpunkte als positiv, östlich als negativ betrachten mag: endlich sei (01) das Azimuth der Linie $P^0 P'$ in P^0 , und zwar nach üblicher Weise von Süden aus nach Westen herumgezählt; eben so (10) das Azimuth derselben Linie rückwärts genommen in P' u. s. w.

Man bemerke, dass t zwar in jeder Polygonseite sich nach der Stetigkeit ändert, in den Eckpunkten hingegen sprungweise, und also in diesen zwei verschiedene Werthe hat; z. B. in P' hat t

den Werth $(10) + \delta'$, insofern P' der Endpunkt von $P^0 P'$ ist,

den Werth $180^\circ + (12) + \delta'$, insofern P' der Anfangspunkt von $P' P''$ ist.

Von dem Integral $\int \omega \cos t. ds$, durch $P^0 P'$ ausgedehnt, kann man als genäherten Werth betrachten

$$\frac{1}{2}(\omega^0 \cos t^0 + \omega' \cos t'). P^0 P'$$

wenn t^0, t' die Werthe von t in P^0 als Anfangspunkt und in P' als Endpunkt von $P^0 P'$ bedeuten; diese Annäherung ist alles, was man erlangen kann, insofern man die Werthe von ω und t eben nur in den Endpunkten P^0, P' hat, und sie ist um so zulässiger, je kleiner die Linie ist. Der angegebene Ausdruck ist in unsern Bezeichnungen

$$= \frac{1}{2}\{\omega' \cos((10) + \delta') - \omega^0 \cos((01) + \delta^0)\}. P^0 P'$$

Auf ähnliche Art ist der genäherte Werth des Integrals, durch $P' P''$ ausgedehnt,

$$= \frac{1}{2} \{ \omega'' \cos((21) + \delta'') - \omega' \cos((12) + \delta') \} \cdot P' P''$$

u. s. f. durch das ganze Polygon.

Für ein Dreieck gibt also unser Satz die näherungsweise richtige Gleichung

$$\begin{aligned} & \omega^0 \{ P^0 P' \cos((01) + \delta^0) - P^0 P'' \cos((02) + \delta^0) \} \\ & + \omega' \{ P' P'' \cos((12) + \delta') - P^0 P' \cos((10) + \delta') \} \\ & + \omega'' \{ P^0 P'' \cos((20) + \delta'') - P' P'' \cos((21) + \delta'') \} \\ & = 0 \end{aligned}$$

Offenbar sind bei dieser Gleichung die Einheiten für die Intensitäten und Distanzen willkürlich.

10.

Als ein Beispiel wollen wir die Formel auf die magnetischen Elemente von

| | | | | |
|---|-----------|-----------------------|------------------|------------------|
| o | Göttingen | $\delta^0 = 18^0 38'$ | $i^0 = 67^0 56'$ | $\psi^0 = 1,357$ |
| | Mailand | $\delta' = 18 33$ | $i' = 63 49$ | $\psi' = 1,294$ |
| | Paris | $\delta'' = 22 4$ | $i'' = 67 24$ | $\psi'' = 1,348$ |

anwenden, woraus

$$\begin{aligned} \omega^0 &= 0,50980 \\ \omega' &= 0,57094 \\ \omega'' &= 0,51804 \end{aligned}$$

folgt. Legt man die geographische Lage

| | | |
|-----------|-------------------|-------------------------------|
| Göttingen | $51^0 32'$ Breite | $9^0 58'$ Länge von Greenwich |
| Mailand | 45 28 | 9 9 |
| Paris | 48 52 | 2 21 |

zum Grunde, und führt die Rechnung nur wie auf der Kugelfläche, so findet sich

$$\begin{aligned} (01) &= 5^0 11' 31'' \\ (10) &= 184 35 35 \\ (12) &= 128 47 31 \\ (21) &= 303 48 1 \\ (20) &= 238 20 20 \\ (02) &= 64 10 12 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} P^0 P' = 6^0 5' 20'' \\ P' P'' = 5 44 6 \\ P^0 P'' = 5 32 4 \end{array}$$

Substituirt man diese Werthe, und die obigen von $\delta^0, \delta', \delta''$ in unsrer Gleichung indem man die Distanzen in Secunden ausdrückt, so wird sie

$$0 = 17556 \omega^0 + 2774 \omega' - 20377 \omega''$$

oder

$$\omega'' = 0,86158 \omega^0 + 0,13613 \omega'$$

Aus den beobachteten horizontalen Intensitäten in Göttingen und Mailand folgt hienach die für Paris $\omega'' = 0,51696$, fast genau mit dem beobachteten Werthe $0,51804$ übereinstimmend.

Uebrigens sieht man leicht, dass, wenn man sich erlauben will, anstatt der Distanzen P^0P' u. s. w. ihre Sinus zu setzen, die obige Formel unmittelbar durch die geographischen Längen und Breiten der Örter ausgedrückt werden kann.

11.

Die Linie auf der Erdoberfläche, in deren sämmtlichen Punkten V einerlei bestimmten Werth $= V^0$ hat, scheidet, allgemein zu reden, die Theile jener Fläche, in welchen V einen Werth grösser als V^0 hat, von denen, wo er kleiner ist. Die horizontale magnetische Kraft in jedem Punkte dieser Linie ist offenbar senkrecht gegen dieselbe, und zwar nach der Seite zu gerichtet, wo die grössern Werthe von V Statt finden. Ist ds eine unendlich kleine Linie in dieser Richtung, und $V^0 + dV^0$ der Werth von V an deren anderm Endpunkte, so ist $\frac{dV^0}{ds}$ die Intensität der horizontalen magnetischen Kraft an dieser Stelle. So wie nun auch hier die Gesamtheit der Punkte, welchen der Werth $V = V^0 + dV^0$ entspricht, eine zweite der ersten unendlich nahe liegende Linie bildet, also aus der ganzen Erdfäche eine *Zone* aussondert, innerhalb welcher die Werthe von V zwischen V^0 und $V^0 + dV^0$ liegen, und wo die horizontale Intensität der Breite der Zone verkehrt proportional ist, so wird, wenn man V durch unendlich kleine aber gleiche Stufen von dem kleinsten auf der Erdoberfläche Statt habenden Werthe bis zum grössten sich ändern lässt, die ganze Erdfäche in eine unendlich grosse Anzahl unendlich schmaler Zonen abgetheilt, gegen deren Scheidungslinien die horizontale magnetische Kraft überall normal, und in ihrer Intensität der Breite der Zonen an den betreffenden Stellen verkehrt proportional ist. Den beiden äussersten Werthen von V entsprechen hiebei zwei von den Zonen eingeschlossene Punkte, in welchen die horizontale Kraft $= 0$ wird, und

wo also die ganze magnetische Kraft nur vertical sein kann: diese Punkte heissen die magnetischen Pole der Erde.

Die Scheidungslinien der Zonen sind nichts anderes, als die Schnitte der im 7. Art. betrachteten Flächen mit der Erdoberfläche, während in den Polen nur Berührung Statt findet.

12.

Die im vorhergehenden Artikel beschriebene Gestaltung des Liniensystems ist eigentlich nur der einfachste Typus, der mancherlei Ausnahmen erleiden könnte, wenn jede mögliche Vertheilung des Magnetismus in der Erde berücksichtigt werden sollte. Wir werden indess hier diesen Gegenstand nicht erschöpfen, sondern zur Erläuterung nur einige Bemerkungen über die Ausnahmefälle beifügen, zumal da bei der *wirklichen* magnetischen Beschaffenheit der Erde das Liniensystem auf ihrer Oberfläche allerdings jene Gestaltung hat, wenigstens gewiss keine ins Grosse gehende Ausnahmefälle darbietet, sondern höchstens vielleicht hie und da einen bloss localen.

Von einigen Physikern ist die Meinung aufgestellt, dass die Erde zwei magnetische Nordpole und zwei Südpole habe: es scheint aber nicht, dass vorher der wesentlichsten Bedingung genügt, und eine *präcise* Begriffsbestimmung gegeben sei, was man unter einem magnetischen Pole verstehen wolle. Wir werden mit dieser Benennung jeden Punkt der Erdoberfläche bezeichnen, wo die horizontale Intensität $= 0$ ist: allgemein zu reden ist also daselbst die Inclination $= 90^\circ$; es ist aber auch der singuläre Fall (wenn er vorkäme) mit eingeschlossen, wo die ganze Intensität $= 0$ ist. Wollte man diejenigen Stellen magnetische Pole nennen, wo die ganze Intensität einen Maximumwerth hat (d. i. einen grössern, als ringsherum in der nächsten Umgebung): so darf man nicht vergessen, dass dies etwas von jener Begriffsbestimmung ganz verschiedenes ist, dass letztere Punkte mit jenen weder dem Orte noch der Anzahl nach einen nothwendigen Zusammenhang haben, und dass es zur Verwirrung führt, wenn ungleichartige Dinge mit einerlei Namen benannt werden.

Sehen wir von der wirklichen Beschaffenheit der Erde ab, und fassen die Frage allgemein auf, so können allerdings mehr als zwei magnetische Pole existiren; es scheint aber noch nicht bemerkt zu sein, dass sobald z. B. zwei Nordpole vorhanden sind, es nothwendig zwischen ihnen noch einen dritten Punkt

geben muss, der gleichfalls ein magnetischer Pol, aber eigentlich weder ein Nordpol noch ein Südpol, oder, wenn man lieber will, beides zugleich ist.

Zur Aufklärung dieses Gegenstandes ist nichts dienlicher, als die Betrachtung unsers Liniensystems.

Wenn die Function V in einem Punkte der Erdoberfläche P^* einen Maximumwerth V^* hat, also ringsum kleinere Werthe, so wird einer Reihe von stufenweise abnehmenden Werthen ein System von Ringlinien entsprechen, deren jede alle vorhergehenden und den Punkt P^* einschliesst, und die Richtung der horizontalen magnetischen Kraft oder des Nordpols der Magnetnadel wird auf jeder dieser Ringlinien *nach Innen* gehen *): dies ist das charakteristische Merkmal eines magnetischen Nordpols**). Man kann offenbar die Ringe so klein, oder die entsprechenden Werthe der Function V so wenig von V^* verschieden annehmen, dass jeder andere gegebene Punkt noch ausserhalb bleibt.

Wir wollen mit S den Inbegriff aller Punkte auf der Erdoberfläche bezeichnen, in welchen der Werth von V grösser ist als eine gegebene Grösse W . Offenbar wird S entweder Einen zusammenhängenden Flächenraum bilden, oder mehrere von einander getrennte, und *in* der Begrenzungslinie oder den Begrenzungslinien, welche dieselbe von den übrigen Theilen, wo V kleiner als W ist, scheiden, wird $V = W$ sein. Lässt man W ab- oder zunehmen, so erweitert oder verengt sich jener Flächenraum.

Nehmen wir nun an, P^{**} sei ein zweiter Punkt von ähnlicher Beschaffenheit wie P^* , so dass auch in jenem V einen Maximumwerth $= V^{**}$ habe. Da man, nach dem was vorhin bemerkt ist, der Grösse W einen Werth kleiner als V^* und so wenig davon verschieden beilegen kann, das P^{**} ausserhalb desjenigen Stücks von S fällt, in welchem P^* liegt, so wird, wenn man voraussetzt, dass V^{**} nicht kleiner ist als V^* (was erlaubt ist), mithin auch grösser als W ,

) Diese Ringlinien sind, selbst als unendlich klein angenommen, nicht nothwendig kreisrund, sondern allgemein zu reden elliptisch, und daher die gegen sie normale Richtung der Magnetnadel nicht mit der Richtung nach P^ zusammenfallend, ausser an vier Stellen jedes Ringes. Man kann daher bedeutende Fehler begehen, wenn man den Durchschnitt von zwei verlängerten Compassrichtungen, aus beträchtlichen Entfernungen, ohne Weiteres für P^* annimmt.

**) Wir conformiren uns hier dem gewöhnlichen Sprachgebrauche, wonach man den von Capitaine Ross festgelegten Punkt mit jenem Namen belegt, obgleich er eigentlich ein Südpol ist, insofern man die Erde selbst wie einen Magnet betrachtet.

nothwendig auch P^{**} einem Stück von S angehören: es liegen folglich P^* und P^{**} zwar beide in S , aber in getrennten Stücken von S .

Offenbar kann man dagegen auch W so klein annehmen, dass P^* und P^{**} in Einem zusammenhängenden Stücke von S liegen, da, wenn man nur W klein genug nimmt, S die ganze Erdoberfläche umfassen kann.

Lässt man nun W alle Werthe vom ersten zum zweiten stufenweise durchlaufen, so muss einer darunter V^{***} der letzte sein, für welchen P^* , P^{**} noch in getrennten Stücken von S liegen, welche, sobald W von da noch weiter abnimmt, in Ein Stück zusammenfliessen.

Geschieht dieses Zusammenfliessen in Einem Punkte P^{***} , so hat die Begrenzungslinie, in welcher $V = V^{***}$ ist, die Gestalt einer Acht, die in jenem Punkte sich selbst kreuzt, und man überzeugt sich leicht, dass daselbst die horizontale Intensität $= 0$ sein muss. In der That geschieht jene Kreuzung entweder unter einem messbaren Winkel, oder nicht. Im erstern Fall müsste die horizontale Kraft, wenn sie nicht $= 0$ wäre, gegen zwei verschiedene Tangenten normal sein, was absurd ist; im zweiten Falle, wo die beiden Hälften der Acht in P^{***} einander berühren, oder einerlei Tangente haben würden, könnte die gegen diese Tangente normale Kraft nur gegen das Innere der einen Flächenhälfte der Acht gerichtet sein, was einen Widerspruch enthält, da der Werth von V nach beiden Seiten zu wächst; es ist also P^{***} nach unserer Definition ein wahrer magnetischer Pol, aber ein Pol, welcher in Beziehung auf die zunächstliegenden Punkte innerhalb der beiden Öffnungen der Acht wie ein Südpol, in Beziehung auf die ausserhalb liegenden hingegen wie ein Nordpol betrachtet werden muss. Zur Erläuterung dieser Gestaltung des Liniensystems kann die Fig. 1. dienen.

Geschieht das Zusammenfliessen an zwei verschiedenen Stellen zugleich, so gilt von diesen dasselbe, was eben von Einem Punkte bewiesen ist, und man sieht leicht ein, dass sich dann innerhalb des P^* und P^{**} einschliessenden Raumes ein inselförmiger Raum bilden wird, der bei fortwährender Abnahme von W sich immer mehr verengen, und zuletzt nothwendig in einen wahren Südpol auflösen muss.

Ähnliches gilt, wenn das Zusammenfliessen zugleich in drei oder mehrern einzelnen Punkten Statt findet. Geschieht es aber auf einmal in einer ganzen Linie, so muss auch in allen Punkten derselben die horizontale Kraft verschwinden.

Übrigens ist von selbst klar, dass eben so die Annahme von zwei *Südpolen* zugleich das Dasein eines dritten Polpunkts bedingt, welcher weder Südpol noch Nordpol, oder vielmehr beides zugleich ist.

13.

Aus dem, was im vorhergehenden Artikel entwickelt ist, übersieht man nun leicht, welche Bewandniss es mit mehreren denkbaren Ausnahmen von dem einfachsten Typus unsers Liniensystems habe. Der Inbegriff aller Punkte, denen ein bestimmter Werth von V entspricht, kann eine Linie sein, die aus mehreren Stücken besteht, wovon jedes in sich selbst zurückkehrt, die aber ganz von einander getrennt sind; es kann eine Linie sein, die sich selbst kreuzt; endlich kann es auch eine solche sein, der auf beiden Seiten Flächenräume anliegen, wo V grösser ist als in der Linie, oder auf beiden Seiten kleiner.

Wir können behaupten, dass etwas ins Grosse gehende Abweichungen solcher Art vom einfachsten Typus auf der Erde nicht Statt finden. Aber locale Abweichungen sind sehr wohl denkbar, wo nahe unter der Erdoberfläche magnetische Massen sich befinden, die zwar in etwas beträchtlicher Entfernung keine merkliche Wirkung mehr ausüben, aber in der unmittelbaren Umgebung doch eine so starke, dass die in regelmässiger Fortschreitung wirkende erdmagnetische Kraft davon ganz überboten und unkenntlich gemacht wird. In der einfachsten Form könnte dann das Liniensystem in einer solchen Gegend eine Gestaltung haben, wie die 2^{te} Figur versinnlicht.

14.

Nach dieser geometrischen Darstellung der Verhältnisse der horizontalen magnetischen Kraft schreiten wir zur Entwicklung der Art, wie sie dem Calcül unterworfen werden, fort. Auf der Oberfläche der Erde geht V in eine blosse Function zweier veränderlichen Grössen über, wofür wir die geographische Länge von einem beliebigen ersten Meridian östlich gezählt und die Distanz vom Nordpol annehmen wollen: jene soll mit λ , diese, das Complement der geographischen Breite, mit u bezeichnet werden. Betrachten wir die Erde als aus der Umdrehung einer Ellipse, deren halbe grosse Axe $= R$, die halbe kleine $= (1 - \epsilon)R$, um letztere entstanden, so ist die Grösse eines Elements des Meridians

$$= \frac{(1-\varepsilon)^2 R \cdot d u}{(1-(2\varepsilon-\varepsilon\varepsilon)\cos u^2)^{\frac{3}{2}}}$$

und die Grösse eines Elements des Parallelkreises

$$= \frac{R \sin u \cdot d \lambda}{\sqrt{(1-(2\varepsilon-\varepsilon\varepsilon)\cos u^2)}}$$

Zerlegt man die horizontale magnetische Kraft in zwei Theile, wovon der eine X in der Richtung des Erdmeridians, der andere Y senkrecht dagegen wirkt, und betrachtet man als positiv X , insofern diese Componente nach Norden, und Y , insofern diese nach Westen gerichtet ist, so wird

$$X = - \frac{(1-(2\varepsilon-\varepsilon\varepsilon)\cos u^2)^{\frac{3}{2}}}{(1-\varepsilon)^2} \cdot \frac{dV}{R d u}$$

$$Y = - \sqrt{(1-(2\varepsilon-\varepsilon\varepsilon)\cos u^2)} \cdot \frac{dV}{R \sin u \cdot d \lambda}$$

Die ganze horizontale Kraft wird sodann

$$= \sqrt{(X X + Y Y)}$$

und die Tangente der Declination

$$= \frac{Y}{X}$$

Vernachlässigt man das Quadrat der Abplattung ε , so werden jene Ausdrücke

$$X = - (1 + (2 - 3 \cos u^2) \varepsilon) \cdot \frac{dV}{R d u}$$

$$Y = - (1 - \varepsilon \cos u^2) \cdot \frac{dV}{R \sin u \cdot d \lambda}$$

oder wenn man die Abplattung ganz bei Seite setzt

$$X = - \frac{dV}{R d u}$$

$$Y = - \frac{dV}{R \sin u \cdot d \lambda}$$

Die bis jetzt zu Gebote stehenden Beobachtungsdata sind noch viel zu dürftig, und die meisten derselben viel zu roh, als dass es gegenwärtig schon rathsam sein könnte, die sphäroidische Gestalt der Erde zu berücksichtigen, was zwar an sich nicht schwer sein, aber die Einfachheit der Rechnungen ohne allen Nutzen

sehr beeinträchtigen würde. Wir werden daher hier bei den zuletzt angeführten Formeln stehen bleiben, indem wir die Erde wie eine Kugel betrachten, deren Halbmesser = R ist.

15.

Ist X durch eine gegebene Function von u und λ ausgedrückt, so lässt sich daraus Y a priori ableiten. Man setze das Integral $\int_0^u X du = T$, indem man bei der Integration λ wie constant betrachtet; offenbar wird dann, wenn man auf gleiche Weise nach u differentiirt, $\frac{d(V+RT)}{du} = 0$, mithin $V+RT$ eine von u unabhängige Grösse, oder was dasselbe ist, in allen Punkten Eines Meridians constant; sie muss daher auch absolut constant sein, weil alle Meridiane in den Polen zusammenlaufen. Setzt man den Werth von V im Nordpole = V^* , so wird also

$$T = \frac{V^* - V}{R}$$

und daher

$$Y = \frac{dT}{\sin u \cdot d\lambda}$$

Man kann dieses Resultat auch so ausdrücken:

$$Y = \frac{1}{\sin u} \int_0^u \frac{dX}{d\lambda} \cdot du$$

16.

Dieser merkwürdige Satz, dass *wenn die nach Norden gerichtete Componente der horizontalen magnetischen Kraft für die ganze Erdoberfläche gegeben ist, die nach Westen (oder Osten) gerichtete Componente von selbst daraus folgt*, gilt verkehrt nur mit einer Modification. Ist nemlich Y durch eine gegebene Function von u und λ ausgedrückt, und bezeichnet man mit U das unbestimmte Integral $\int \sin u \cdot Y d\lambda$, bei der Integration u als constant angenommen, so wird $\frac{d(V+RU)}{d\lambda} = 0$, oder $V+RU$ eine von λ unabhängige Grösse, mithin allgemein zu reden eine Function von u . Es ist also auch $\frac{d(V+RU)}{R du} = \frac{dU}{du} - X$ eine solche Function, d. i. die Formel $\frac{dU}{du}$ gibt einen unvollständigen Ausdruck von X , indem ein bloss u enthaltender Bestandtheil unbestimmt bleibt. Dieser Mangel wird sich aber ergänzen lassen, wenn man ausser dem Ausdrücke für Y auch den für X in irgend Einem bestimmten Meridian, oder noch allgemeiner in irgend einer vom

Nordpol zum Südpol reichenden Linie besitzt. Man sieht also, dass, wenn man die Componente der horizontalen magnetischen Kraft in der Richtung nach Westen für die ganze Erdoberfläche, und die Componente in der Richtung nach Norden für alle Punkte in irgend einer vom Nordpol zum Südpol gehenden Linie kennt, die letztere Componente für die ganze Erdfläche von selbst daraus folgt.

17.

Die vorhergehenden Untersuchungen beziehen sich allein auf den horizontalen Theil der erdmagnetischen Kraft: um auch den verticalen zu umfassen, müssen wir die Aufgabe in ihrer ganzen Allgemeinheit, also V wie eine Function von dreien veränderlichen Grössen betrachten, die den Platz eines unbestimmten Punktes im Raume O ausdrücken. Wir wählen dazu die Entfernung r vom Mittelpunkte der Erde, den Winkel u , welchen r mit dem nordlichen Theile der Erdaxe macht, und den Winkel λ zwischen der durch r und die Erdaxe gelegten Ebene und einem festen Meridian, nach Osten zu als positiv gezählt.

Es sei die Function V in eine nach den Potenzen von r fallende Reihe entwickelt, der wir folgende Form geben

$$V = \frac{R R P^0}{r} + \frac{R^3 P'}{r r} + \frac{R^4 P''}{r^3} + \frac{R^5 P'''}{r^4} + \text{u. s. w.}$$

Die Coëfficienten P^0, P', P'' u. s. w. sind hier Functionen von u und λ ; um zu übersehen, wie sie mit der Vertheilung des magnetischen Fluidums im Innern der Erde zusammenhängen, sei $d\mu$ ein Element desselben, ρ seine Entfernung von O , und für $d\mu$ bedeuten r^0, u^0, λ^0 dasselbe, was r, u, λ für O sind. Man hat also $V = -\int \frac{d\mu}{\rho}$ durch alle $d\mu$ ausgedehnt; ferner

$$\rho = \sqrt{\{r r - 2 r r^0 (\cos u \cos u^0 + \sin u \sin u^0 \cos (\lambda - \lambda^0)) + r^0 r^0\}}$$

und wenn man $\frac{1}{\rho}$ in die Reihe entwickelt

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} (T^0 + T' \cdot \frac{r^0}{r} + T'' \cdot \frac{r^0 r^0}{r r} + \text{u. s. w.})$$

so wird

$$R R P^0 = -\int T^0 d\mu, \quad R^3 P' = -\int T' r^0 d\mu, \quad R^4 P'' = -\int T'' r^0 r^0 d\mu \text{ u. s. w.}$$

Da $T^0 = 1$ ist, so wird vermöge der Fundamentalvoraussetzung, dass die Menge des positiven und negativen Fluidums in jedem messbaren Theilchen seines Trägers, mithin auch in der ganzen Erde, gleich gross, oder dass $\int d\mu = 0$ ist,

$$P^0 = 0$$

oder das erste Glied unsrer Reihe für V fällt aus.

Man sieht ferner, dass P' die Form hat

$$R^3 P' = \alpha \cos u + \bar{\sigma} \sin u \cos \lambda + \gamma \sin u \sin \lambda$$

wo $\alpha = -\int r^0 \cos u^0 \cdot d\mu$, $\bar{\sigma} = -\int r^0 \sin u^0 \cos \lambda^0 d\mu$, $\gamma = -\int r^0 \sin u^0 \sin \lambda^0 \cdot d\mu$. Es sind also $-\alpha$, $-\bar{\sigma}$, $-\gamma$ nach der in der *Intensitas vis magneticae* Art. 5 festgesetzten Erklärung die Momente des Erdmagnetismus in Beziehung auf drei rechtwinklige Axen, wovon die erste die Erdaxe, die zweite und dritte die Aequatorradien für die Länge 0 und 90^0 sind.

Die allgemeinen Formeln für alle Coëfficienten der Reihe für $\frac{1}{\rho}$ können wir als bekannt voraussetzen; für unsern Zweck ist aber bloss nöthig zu bemerken, dass in Beziehung auf u und λ die Coëfficienten rationale ganze Functionen von $\cos u$, $\sin u \cos \lambda$ und $\sin u \sin \lambda$ sind, und zwar T'' von der zweiten Ordnung, T''' von der dritten u. s. w. Dasselbe gilt also auch für die Coëfficienten P'' , P''' u. s. w.

Die Reihen für $\frac{1}{\rho}$ und für V convergiren, solange r nicht kleiner als R ist, oder vielmehr, nicht kleiner, als der Halbmesser einer Kugel, welche die sämtlichen magnetischen Theile der Erde einschliesst.

18.

Die Function V thut, in Folge ihrer Zusammensetzung aus $-\int \frac{d\mu}{\rho}$, folgender partiellen Differentialgleichung Genüge:

$$0 = \frac{r \, ddV}{dr^2} + \frac{ddV}{du^2} + \cotg u \cdot \frac{dV}{du} + \frac{1}{\sin u^2} \cdot \frac{ddV}{d\lambda^2}$$

welche nichts anderes ist, als eine Umformung der bekannten

$$0 = \frac{ddV}{dx^2} + \frac{ddV}{dy^2} + \frac{ddV}{dz^2}$$

wo x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten von O bedeuten. Substituirt man in jener den Werth von V

$$V = \frac{R^3 P'}{rr} + \frac{R^3 P''}{r^3} + \frac{R^3 P'''}{r^5} + \text{u. s. w.}$$

so erhellt, dass für die einzelnen Coëfficienten P' , P'' , P''' u. s. w. gleichfalls

partielle Differentialgleichungen Statt finden, deren allgemeiner Ausdruck ist

$$0 = n(n+1)P^n + \frac{ddP^n}{du^2} + \cotg u \frac{dP^n}{du} + \frac{1}{\sin u^2} \cdot \frac{ddP^n}{d\lambda^2}$$

Aus dieser Gleichung, verbunden mit der Bemerkung im vorhergehenden Artikel, ergibt sich die allgemeine Form von P^n . Bezeichnet man nemlich mit $P^{n,m}$ folgende Function von u

$$\left\{ \cos u^{n-m} - \frac{(n-m)(n-m-1)}{2(2n-1)} \cos u^{n-m-2} \right. \\ \left. + \frac{(n-m)(n-m-1)(n-m-2)(n-m-3)}{2 \cdot 4(2n-1)(2n-3)} \cos u^{n-m-4} - \text{u. s. w.} \right\} \sin u^m$$

so hat P^n die Form eines Aggregats von $2n+1$ Theilen

$$P^n = g^{n,0} P^{n,0} + (g^{n,1} \cos \lambda + h^{n,1} \sin \lambda) P^{n,1} \\ + (g^{n,2} \cos 2\lambda + h^{n,2} \sin 2\lambda) P^{n,2} + \text{etc.} + (g^{n,n} \cos n\lambda + h^{n,n} \sin n\lambda) P^{n,n}$$

wo $g^{n,0}, g^{n,1}, h^{n,1}, g^{n,2}$ u. s. w. bestimmte Zahlcoefficienten sind.

19.

Zerlegt man die in dem Punkte O Statt findende magnetische Kraft in drei auf einander senkrechte X, Y, Z , wovon die dritte gegen den Mittelpunkt der Erde gerichtet ist, X und Y also die durch O gelegte mit der Erde concentrische Kugelfläche berühren, und zwar X in der durch O und die Erdaxe gelegten Ebene nach Norden, Y parallel mit dem Erdäquator nach Westen, so wird

$$X = -\frac{dV}{rd u}, \quad Y = -\frac{dV}{r \sin u d\lambda}, \quad Z = -\frac{dV}{dr}$$

folglich

$$X = -\frac{R^3}{r^3} \left(\frac{dP'}{du} + \frac{R}{r} \cdot \frac{dP''}{du} + \frac{RR}{rr} \cdot \frac{dP'''}{du} + \text{u. s. w.} \right) \\ Y = -\frac{R^3}{r^3 \sin u} \left(\frac{dP'}{d\lambda} + \frac{R}{r} \cdot \frac{dP''}{d\lambda} + \frac{RR}{rr} \cdot \frac{dP'''}{d\lambda} + \text{u. s. w.} \right) \\ Z = \frac{R^3}{r^3} \left(2P' + \frac{3RP''}{r} + \frac{4RRP'''}{rr} + \text{u. s. w.} \right)$$

Auf der Oberfläche der Erde sind X, Y dieselben horizontalen Componenten, welche oben mit diesen Buchstaben bezeichnet sind, und Z ist die verticale, positiv, wenn nach unten gerichtet. Die Ausdrücke für diese Kräfte auf der Oberfläche der Erde sind also

$$\begin{aligned} X &= -\left(\frac{dP'}{du} + \frac{dP''}{du} + \frac{dP'''}{du} + \text{u. s. w.}\right) \\ Y &= -\frac{1}{\sin u} \left(\frac{dP'}{d\lambda} + \frac{dP''}{d\lambda} + \frac{dP'''}{d\lambda} + \text{u. s. w.}\right) \\ Z &= 2P' + 3P'' + 4P''' + \text{u. s. w.} \end{aligned}$$

20.

Verbinden wir nun mit diesen Sätzen das bekannte Theorem, dass jede Function von λ und u , die für alle Werthe von λ von 0 bis 360° , und von u von 0 bis 180° einen bestimmten endlichen Werth hat, in eine Reihe von der Gestalt

$$P^0 + P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.}$$

entwickelt werden kann, deren allgemeines Glied P^n der obigen partiellen Differentialgleichung Genüge leistet, dass eine solche Entwicklung nur auf Eine bestimmte Art möglich ist, und dass diese Reihe immer convergirt, so erhalten wir folgende merkwürdige Sätze:

I. Die Kenntniss des Werths von V in allen Punkten der Erdoberfläche reicht hin, um den allgemeinen Ausdruck von V für den ganzen unendlichen Raum ausserhalb der Erdfäche daraus abzuleiten, und somit auch die Bestimmung der Kräfte X, Y, Z nicht bloss auf der Erdoberfläche, sondern auch für den ganzen unendlichen Raum ausserhalb derselben. Offenbar ist dazu nur nöthig, $\frac{V}{R}$ nach dem erwähnten Theorem in eine Reihe zu entwickeln.

Es soll daher im Folgenden das Zeichen V immer in der auf die Oberfläche der Erde beschränkten Bedeutung verstanden werden, wenn das Gegentheil nicht ausdrücklich gesagt ist, oder als diejenige Function von λ und u , welche aus dem allgemeinen Ausdruck hervorgeht, wenn $r = R$ gesetzt wird, also

$$V = R(P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.})$$

II. Die Kenntniss des Werthes von X in allen Punkten der Erdoberfläche reicht hin, um alles in I. angeführte zu erlangen. In der That ist nach Art. 15 das Integral $\int_0^u X du = \frac{V^0 - V}{R}$, wenn V^0 den Werth von V im Nordpole bedeutet, und die Entwicklung von $\int_0^u X du$ in eine Reihe der erwähnten Form muss nothwendig mit

$$V^0 - P' - P'' - P''' - \text{ u. s. w.}$$

identisch sein.

III. Auf gleiche Weise und unter Bezugnahme auf Art. 16 ist klar, dass die Kenntniss des Werthes von Y auf der ganzen Erde verbunden mit der Kenntniss von X in allen Punkten einer von einem Erdpole zum andern laufenden Linie zur Begründung der *vollständigen* Theorie des Erdmagnetismus zureicht.

IV. Endlich ist klar, dass die vollständige Theorie auch aus der blossen Kenntniss des Werthes von Z auf der ganzen Erdoberfläche abzuleiten ist. In der That, wenn Z in eine Reihe entwickelt wird

$$Z = Q^0 + Q' + Q'' + Q''' + \text{ u. s. w.}$$

so dass das allgemeine Glied der mehrerwähnten partiellen Differentialgleichung Genüge leistet, so wird nothwendig $Q^0 = 0$ und $P' = \frac{1}{2}Q'$, $P'' = \frac{1}{3}Q''$, $P''' = \frac{1}{4}Q'''$ u. s. w. sein müssen.

21.

Wegen der einfachen Art der Abhängigkeit der einzelnen Kräfte X , Y , Z von einer einzigen Function V , und des einfachen Zusammenhanges, in welchem jene unter sich stehen, sind dieselben weit mehr geeignet, zur Grundlage der Theorie zu dienen, als der gewöhnliche Ausdruck der magnetischen Kraft durch die drei Elemente ganze Intensität, Inclination und Declination, oder vielmehr, die letztere Art. so natürlich sie an sich scheint, wo es nur darauf ankommt die Thatsachen aufzufassen, kann unmittelbar gar nicht zur Begründung der Theorie, wenigstens nicht zur ersten Begründung, dienen, ehe sie nicht in die andere Form übersetzt ist. In dieser Beziehung wäre es daher sehr wünschenswerth, dass eine allgemeine graphische Darstellung der horizontalen Intensität veranstaltet würde, theils weil diese dem für die Theorie brauchbaren näher steht als die ganze Intensität, theils weil jene bei weiten in den meisten Fällen das ursprünglich wirklich beobachtete, die letztere hingegen nur durch Rechnung vermittelt der Inclination daraus abgeleitet ist. Die Elemente des horizontalen Magnetismus für sich rein zu erhalten, bleibt um so mehr zu empfehlen, da sie durch die gegenwärtigen Hilfsmittel sich mit überwiegender Schärfe bestimmen lassen, und man sollte wenigstens niemals mit Unterdrückung der beobachteten horizontalen

Intensität die durch Rechnung daraus abgeleitete ganze Intensität bekannt machen, ohne die bei der Rechnung angewandte Inclination mit anzugeben, damit derjenige, welcher sie für die Theorie benutzen will, im Stande sei, die ursprünglichen Zahlen unverfälscht wieder herzustellen.

So interessant es übrigens auch sein würde, die ganze Theorie des Erdmagnetismus allein auf Beobachtungen der horizontalen Nadel zu gründen, und damit den verticalen Theil oder die Inclination zu anticipiren, so ist es doch dazu gegenwärtig noch viel zu früh: die Mangelhaftigkeit der jetzt zu Gebote stehenden Data verstatet nicht, auf den Mitgebrauch des verticalen Theils zu verzichten. Im Grunde empfängt auch die Theorie schon dadurch ihre Bestätigung, wenn die Vereinbarkeit sämmtlicher Elemente unter Ein Princip nachgewiesen werden kann.

22.

Wenn wir gleich *a priori* gewiss sind, dass die Reihen für V, X, Y, Z convergiren, so lässt sich doch im voraus nichts über den Grad der Convergenz bestimmen. Wären entweder die Sitze der magnetischen Kräfte auf einen mässigen Raum um den Mittelpunkt der Erde her beschränkt, oder fände eine solche Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten in der Erde Statt, die jenem Falle äquivalirte, so würden die Reihen sehr schnell convergiren müssen; je weiter hingegen jene Sitze bis gegen die Oberfläche hin sich erstrecken, und je unregelmässiger die Vertheilung ist, desto mehr wird man auf eine langsame Convergenz sich gefasst halten müssen.

Bei der praktischen Anwendung ist absolute Genauigkeit unerreichbar: man verlangt nur einen den Umständen angemessenen Grad von Annäherung. Je langsamer nun die Convergenz ist, eine desto grössere Anzahl von Gliedern wird berücksichtigt werden müssen, um einen bestimmten Grad von Genauigkeit zu erreichen.

Nun enthält P' drei Glieder, und erfordert also die Kenntniss von drei Coëfficienten $g^{1,0}, g^{1,1}, h^{1,1}$; P'' erfordert fünf Coëfficienten, P''' sieben, P'''' neun u. s. w. Indem wir also P', P'', P''' u. s. w. als Grössen erster, zweiter, dritter Ordnung u. s. w. betrachten, erhellt, dass wenn die Rechnung bis zu den Grössen der Ordnung n einschliesslich getrieben werden soll, die Werthe von $nn + 2n$

Coëfficienten ausgemittelt werden müssen, also z. B. 24, wenn man bis zur vierten Ordnung gehen will.

Jeder gegebene Werth von X , Y oder Z , für gegebene Werthe von u und λ verschafft uns eine Gleichung zwischen den Coëfficienten, mithin geben die vollständig bekannten Elemente des Erdmagnetismus von jedem Orte drei Gleichungen. Dürfte man also annehmen, dass nur die Glieder bis zur vierten Ordnung merklich bleiben, so würden zur Bestimmung aller nöthigen Coëfficienten die vollständigen Beobachtungen von acht verschiedenen Punkten, theoretisch betrachtet, zureichen: allein jene Voraussetzung ist schwerlich zulässig, und so würden die allen Beobachtungen anhängenden zufälligen Fehler verbunden mit der Vernachlässigung der Glieder der höhern Ordnung die Eliminationsresultate sehr entstellen können*). Den schädlichen Einfluss dieser Umstände zu vermindern, müsste man eine viel grössere Anzahl von Beobachtungsstücken, als unbekannte Grössen sind, von weit auseinander liegenden Punkten aus allen Theilen der Erde, zum Grunde legen, und die unbekannt Grössen nach der Methode der kleinsten Quadrate daraus ableiten. So einförmig indessen, da alle Gleichungen nur linearisch sind, die Ausführung eines solchen Geschäfts auch sein würde, so möchte doch die ausserordentliche aus der grossen Menge der unbekannt Grössen und Gleichungen entspringende Weitläufigkeit auch den müthigsten Rechner abschrecken, die Arbeit in dieser Form jetzt schon zu unternehmen, zumal da das Einschleichen von unzuverlässigen Beobachtungsstücken oder von Rechnungsfehlern den Erfolg ganz verderben könnte.

23

Es gibt aber ein anderes Verfahren, welches, von einem Theile dieser Schwierigkeiten frei, sich vorzugsweise für den ersten anzustellenden Versuch zu eignen scheint, und welches wir hier entwickeln wollen, ohne die Bedenklichkeiten zu verschweigen, denen die Anwendung desselben bei jetziger Lage der Sachen noch unterliegt. Dies Verfahren setzt die Kenntniss aller drei Elemente in Punkten voraus, die auf einer hinlänglichen Anzahl von Parallelkreisen so gruppirt sind,

*) Am wenigsten nachtheilig wurden bei einer solchen Bestimmungsweise diese Umstände einwirken, wenn die acht Punkte ganz symmetrisch auf der Erdoberfläche vertheilt waren, d. i. wenn sie mit den Ecken eines in der Erdkugel eingeschriebenen Würfels zusammenfielen, oder doch einer solchen Lage sehr nahe kämen.

dass jeder Parallelkreis dadurch in eine hinlängliche Anzahl gleicher Stücke getheilt wird.

Aus den in gewöhnlicher Form gegebenen Elementen hat man zuvörderst die numerischen Werthe von X , Y und Z abzuleiten.

Man bringt sodann, nach bekannter Methode, die Werthe von X , Y und Z auf jedem Parallelkreise in die Form

$$X = k + k' \cos \lambda + K' \sin \lambda + k'' \cos 2\lambda + K'' \sin 2\lambda + k''' \cos 3\lambda + K''' \sin 3\lambda + \text{u. s. w.}$$

$$Y = l + l' \cos \lambda + L' \sin \lambda + l'' \cos 2\lambda + L'' \sin 2\lambda + l''' \cos 3\lambda + L''' \sin 3\lambda + \text{u. s. w.}$$

$$Z = m + m' \cos \lambda + M' \sin \lambda + m'' \cos 2\lambda + M'' \sin 2\lambda + m''' \cos 3\lambda + M''' \sin 3\lambda + \text{u. s. w.}$$

Man erhält also für jeden der Coëfficienten k , l , m , k' u. s. w. so viele Werthe, als Parallelkreise behandelt sind.

Der Theorie zufolge sollte auf jedem Parallelkreise $l = 0$ werden; die aus der Rechnung hervorgehenden Werthe von l geben also schon eine Art von Maassstab für den Grad von Unzuverlässigkeit, welcher die zum Grunde gelegten Zahlen noch unterliegen.

Aus den Gleichungen

$$k = -g^{1,0} \frac{dP^{1,0}}{du} - g^{2,0} \frac{dP^{2,0}}{du} - g^{3,0} \frac{dP^{3,0}}{du} - \text{u. s. w.}$$

$$m = 2g^{1,0} P^{1,0} + 3g^{2,0} P^{2,0} + 4g^{3,0} P^{3,0} + \text{u. s. w.}$$

deren Gesammtanzahl doppelt so gross ist, als die Anzahl der Parallelkreise, wird man, nachdem in $\frac{dP^{1,0}}{du}$ u. s. w. und in $P^{1,0}$ u. s. w. die entsprechenden Zahlwerthe von u substituirt sind, von den Coëfficienten $g^{1,0}$, $g^{2,0}$, $g^{3,0}$ u. s. w. so viele, als berücksichtigt werden sollen, nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen.

Eben so dienen die Gleichungen

$$-k' = g^{1,1} \frac{dP^{1,1}}{du} + g^{2,1} \frac{dP^{2,1}}{du} + g^{3,1} \frac{dP^{3,1}}{du} + \text{u. s. w.}$$

$$L' = g^{1,1} \frac{P^{1,1}}{\sin u} + g^{2,1} \frac{P^{2,1}}{\sin u} + g^{3,1} \frac{P^{3,1}}{\sin u} + \text{u. s. w.}$$

$$m' = 2g^{1,1} P^{1,1} + 3g^{2,1} P^{2,1} + 4g^{3,1} P^{3,1} + \text{u. s. w.}$$

deren Anzahl zusammen dreimal so gross ist, als die Anzahl der Parallelkreise, zur Bestimmung der Coëfficienten $g^{1,1}$, $g^{2,1}$, $g^{3,1}$ u. s. w.; so wie folgende

$$\begin{aligned}
-K' &= h^{1,1} \frac{dP^{1,1}}{du} + h^{2,1} \frac{dP^{2,1}}{du} + h^{3,1} \frac{dP^{3,1}}{du} + \text{u. s. w.} \\
-l' &= h^{1,1} \frac{P^{1,1}}{\sin u} + h^{2,1} \frac{P^{2,1}}{\sin u} + h^{3,1} \frac{P^{3,1}}{\sin u} + \text{u. s. w.} \\
M' &= 2 h^{1,1} P^{1,1} + 3 h^{2,1} P^{2,1} + 4 h^{3,1} P^{3,1} + \text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

zur Bestimmung der Coëfficienten $h^{1,1}$, $h^{2,1}$, $h^{3,1}$ u. s. w.

Ferner dienen zur Bestimmung der Coëfficienten $g^{2,2}$, $g^{3,2}$, $g^{4,2}$ u. s. w. die Gleichungen

$$\begin{aligned}
-k'' &= g^{2,2} \frac{dP^{2,2}}{du} + g^{3,2} \frac{dP^{3,2}}{du} + g^{4,2} \frac{dP^{4,2}}{du} + \text{u. s. w.} \\
L'' &= 2g^{2,2} \frac{P^{2,2}}{\sin u} + 2g^{3,2} \frac{P^{3,2}}{\sin u} + 2g^{4,2} \frac{P^{4,2}}{\sin u} + \text{u. s. w.} \\
m'' &= 3g^{2,2} P^{2,2} + 4g^{3,2} P^{3,2} + 5g^{4,2} P^{4,2} + \text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

und auf ähnliche Weise ergeben sich die Coëfficienten der folgenden höhern Ordnungen.

24.

Der Vorzug dieses Verfahrens vor dem im 22. Art. angegebenen besteht hauptsächlich darin, dass die unbekanntes Grössen in Gruppen zerfallen, die jede für sich bestimmt werden, wodurch die Rechnung eine ausserordentliche Erleichterung erhält, während bei dem andern Verfahren die Vermengung sämtlicher Unbekanntes unter einander die Scheidung überaus beschwerlich macht. Dagegen hat jenes Verfahren den Nachtheil, dass es seine Grundlagen gar nicht in unmittelbaren Beobachtungen findet, sondern sie aus graphischen Darstellungen entlehnen muss, welche in den Gegenden, wo Beobachtungen vorhanden sind, diese doch nur roh darstellen können, in solchen Gegenden aber, wo es weit und breit ganz an Beobachtungen fehlt, nur vermuthungsweise, gewissermaassen willkürlich ergänzt sind, und sich daher sehr weit von der Wahrheit entfernen können. Indessen bleibt keine Wahl, als entweder alle Versuche so lange auszusetzen, bis viel vollständigere und zuverlässigere Data bereit sein werden, oder mit den jetzt noch so höchst precären Mitteln einen ersten Versuch zu wagen, von dem man wenig mehr als eine rohe Annäherung erwarten darf. Einen sichern Maassstab für den Werth des Erfolges gibt jedenfalls hinterdrein die scharfe Vergleichung der Resultate mit wirklichen Beobachtungen aus allen Thei-

len der Erde; und wenn solche Prüfung dahin ausfällt, dass der erste Versuch nicht ganz misslungen ist, so wird dieser eine kräftige Hülfe darbieten, um künftige neue Versuche, auf dem einen oder auf dem andern Wege, zweckmässig vorzubereiten.

25.

Schon vor vielen Jahren hatte ich zu wiederholten malen angefangen, mich solchen Versuchen zu unterziehen, von denen ich aber immer wieder abzustehen genöthigt war, weil die zu Gebote stehenden Data sich als gar zu dürftig auswiesen. Gleichwohl würde ich schon früher einen Versuch zu Ende zu führen geneigt gewesen sein, wenn der mehrmals von mir ausgesprochene Wunsch in Erfüllung gegangen wäre. dass die reinen horizontalen Intensitäten in einer allgemeinen Karte dargestellt werden möchten, für deren Mangel die Verbindung der vorhandenen unvollkommenen Generalkarten für die Inclination und ganze Intensität keinen Ersatz geben konnte.

Die Erscheinung der SABINESchen Karte für die ganze Intensität (im siebenten *Report of the British association for the advancement of science*) hat mich jetzt zur Unternehmung und Vollendung eines neuen Versuchs angeregt, der übrigens nur aus dem im vorhergehenden Artikel angegebenen Gesichtspunkte angesehen werden soll.

Die der Rechnung unterzulegenden Data wurden aus der erwähnten Karte für die Intensität, der BARLOWSchen für die Declination (*Philosophical Transactions* 1833), und der von HORNER entworfenen für die Inclination (Physikalisches Wörterbuch Band 6.) entnommen, und zwar für je zwölf Punkte auf sieben Parallelkreisen. Die Lücken, welche jene Karten in weiten Strecken übrig lassen, konnten meistens nur auf höchst precäre Art ergänzt werden.

Im Laufe der Rechnung ergab sich bald, dass dieselbe wenigstens bis zu den Grössen der vierten Ordnung ausgedehnt werden müsse, wonach die Anzahl der zu bestimmenden Coëfficienten auf 24 steigt. Aller Wahrscheinlichkeit nach werden auch die Glieder der fünften Ordnung noch ansehnlich genug sein; allein bei einem ersten Versuche bleiben die Werthe von k , m , k' u. s. w. noch viel zu sehr mit dem Einfluss der vielen unzuverlässigen Daten behaftet, die jener seiner Natur nach einschliessen muss, als dass es verstatet sein könnte, in das Eliminationsgeschäft eine noch grössere Anzahl von unbekanntem Grössen aufzunehmen.

Es muss noch bemerkt werden, dass die Intensitäten in SABINE'S Karte dieselbe willkürliche Einheit haben, in welcher sie gewöhnlich bisher angegeben zu werden pflegen, und wonach in London die ganze Intensität = 1,372 gesetzt wird. Diese Einheit ist hier bei der Berechnung der Coëfficienten, eben so wie bei der weiter unten zu erklärenden Hülftafel, dahin abgeändert, dass alle Zahlen tausendmal grösser werden, wobei also die Intensität für London = 1372 zum Grunde liegt. Übrigens kann offenbar für die Intensität eine jede beliebige Einheit gebraucht werden, insofern man auch die Einheit für μ als willkürlich betrachten, und diese immer jener gemäss annehmen kann. Will man weitere Folgerungen daran knüpfen, für welche μ auf ein absolutes Maass gebracht sein muss, so brauchen nur sämmtliche Coëfficienten mit demselben Factor multiplicirt zu werden, welcher zur Reduction der nach jener Einheit ausgedrückten Intensitätszahlen auf absolutes Maass erforderlich ist.

26.

Die aus der ersten Rechnung, wobei die Längen λ von Greenwich östlich gezählt sind, erhaltenen Zahlwerthe der 24 Coëfficienten sind folgende:

| | |
|-----------------------|----------------------|
| $g^{1,0} = + 925,782$ | $g^{2,2} = + 0,493$ |
| $g^{2,0} = - 22,059$ | $g^{3,2} = - 73,193$ |
| $g^{3,0} = - 18,868$ | $g^{4,2} = - 45,791$ |
| $g^{4,0} = - 108,855$ | $h^{2,2} = - 39,010$ |
| $g^{1,1} = + 89,024$ | $h^{3,2} = - 22,766$ |
| $g^{2,1} = - 144,913$ | $h^{4,2} = + 42,573$ |
| $g^{3,1} = + 122,936$ | $g^{3,3} = + 1,396$ |
| $g^{4,1} = - 152,589$ | $g^{4,3} = + 19,774$ |
| $h^{1,1} = - 178,744$ | $h^{3,3} = - 18,750$ |
| $h^{2,1} = - 6,030$ | $h^{4,3} = - 0,178$ |
| $h^{3,1} = + 47,794$ | $g^{4,4} = + 4,127$ |
| $h^{4,1} = + 64,112$ | $h^{4,4} = + 3,175$ |

Diese Zahlen, welche man als die *Elemente der Theorie des Erdmagnetismus* betrachten kann, sind hier genau so angesetzt, und als Grundlage der nachher zu beschreibenden Hülftafel angewandt, wie die Rechnung sie gegeben hat, ohne die Decimalbrüche wegzulassen. Für jeden Rechnungkundigen ist die Be-

merkung überflüssig, dass diese Bruchtheile an sich keinen Werth haben, da wir noch weit davon entfernt sind, nur die ganzen Einer mit Zuverlässigkeit ausmitteln zu können: allein es ist von Wichtigkeit, dass die Beobachtungen mit einem und demselben bestimmten System von Elementen scharf verglichen werden, und da war kein Grund vorhanden, an dem, was die Rechnung ergeben hatte, etwas zu verändern, weil durch Weglassung der Decimalbrüche für die Bequemlichkeit der Vergleichungsrechnungen gar nichts gewonnen worden sein würde.

27.

Der entwickelte Ausdruck für V nach obigen Zahlen ist folgender, wobei der Abkürzung wegen e für $\cos u$ und f für $\sin u$ geschrieben ist.

$$\begin{aligned} \frac{V}{R} = & -1,977 + 937,103e + 71,245ee - 18,868e^3 - 108,855e^4 \\ & + (64,437 - 79,518e + 122,936ee + 152,589e^3) f \cos \lambda \\ & + (-188,303 - 33,507e + 47,794ee + 64,112e^3) f \sin \lambda \\ & + (7,035 - 73,193e - 45,791ee) ff \cos 2\lambda \\ & + (-45,092 - 22,766e - 42,573ee) ff \sin 2\lambda \\ & + (1,396 + 19,774e) f^3 \cos 3\lambda \\ & + (-18,750 - 0,178e) f^3 \sin 3\lambda \\ & + 4,127 f^4 \cos 4\lambda \\ & + 3,175 f^4 \sin 4\lambda \end{aligned}$$

Es mögen ferner die vollständig entwickelten Ausdrücke für die drei Componenten der magnetischen Kraft hier Platz finden.

$$\begin{aligned} X = & (937,103 + 142,490e - 56,603ee - 435,420e^3) f \\ & + (-79,518 + 181,435e - 298,732ee - 368,808e^3 + 610,357e^4) \cos \lambda \\ & + (-33,507 + 283,892e + 259,349ee - 143,383e^3 - 256,448e^4) \sin \lambda \\ & + (-73,193 - 105,652e + 219,579ee + 183,164e^3) f \cos 2\lambda \\ & + (-22,766 + 175,330e + 68,098ee - 170,292e^3) f \sin 2\lambda \\ & + (19,774 - 4,188e - 79,096ee) ff \cos 3\lambda \\ & + (-0,178 + 56,250e + 0,716ee) ff \sin 3\lambda \\ & - 16,508 ef^3 \cos 4\lambda \\ & - 12,701 ef^3 \sin 4\lambda \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y = & (188,303 + 33,507e - 47,794ee - 64,112e^3) \cos \lambda \\
& + (64,437 - 79,518e + 122,936ee - 152,589e^3) \sin \lambda \\
& + (90,184 + 45,532e - 85,146ee) f \cos 2\lambda \\
& + (14,070 - 146,386e - 91,582ee) f \sin 2\lambda \\
& + (56,250 + 0,534e) ff \cos 3\lambda \\
& + (4,188 + 59,322e) ff \sin 3\lambda \\
& - 12,701 f^3 \cos 4\lambda \\
& + 16,508 f^3 \sin 4\lambda
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z = & - 24,593 + 1896,847e + 400,343ee - 75,471e^3 - 544,275e^4 \\
& + (79,700 - 107,763e + 491,744ee - 762,946e^3) f \cos \lambda \\
& + (-395,724 - 155,473e + 191,176ee + 320,560e^3) f \sin \lambda \\
& + (34,187 - 292,772e - 228,955ee) ff \cos 2\lambda \\
& + (-147,439 - 91,064e + 212,865ee) ff \sin 2\lambda \\
& + (5,584 + 98,870e) f^3 \cos 3\lambda \\
& + (-75,000 - 0,890e) f^3 \sin 3\lambda \\
& + 20,635 f^4 \cos 4\lambda \\
& + 15,876 f^4 \sin 4\lambda
\end{aligned}$$

Nachdem diese Componenten für einen gegebenen Ort berechnet sind, erhält man die Bestimmungsstücke der magnetischen Kraft in der gewöhnlichen Form auf folgende Art. Es sei δ die Declination, i die Inclination, ψ die ganze, ω die horizontale Intensität. Man bestimmt zuerst δ und ω mittelst der Formeln

$$X = \omega \cos \delta, \quad Y = \omega \sin \delta$$

und sodann i und ψ mittelst der folgenden

$$\omega = \psi \cos i, \quad Z = \psi \sin i$$

28.

Da die Formeln für X , Y , Z zusammen 71 Glieder enthalten, so ist die unmittelbare Rechnung nach denselben eine ziemlich beschwerliche Arbeit, und die Wiederholung derselben für eine grosse Anzahl von Örtern würde allerdings desto mehr abschreckendes haben, da man ohne dieselbe Rechnung zweimal zu machen nicht wohl hoffen dürfte, gegen mögliche Rechnungsfehler geschützt zu

sein. Auch würde man wenig gewinnen, wenn man sämmtliche Glieder, deren Coëfficienten weniger als eine Einheit, oder selbst weniger als 10 Einheiten betragen, unterdrücken wollte, da die Anzahl der übrigen sich doch noch auf 65 belaufen würde. Da nun aber der ganze Werth der Arbeit ungewiss bleiben würde, wenn man sie nicht an einer beträchtlichen Anzahl wirklicher Beobachtungen prüfte, so habe ich die Mühe nicht gescheut, eine Hülftafel zu berechnen*), bei deren Gebrauch die Arbeit in hohem Grade abgekürzt und erleichtert, und eben dadurch die Sicherstellung gegen Rechnungsfehler wesentlich befördert wird. Ihre Einrichtung beruhet darauf, dass die Werthe der Componenten in folgende Form gebracht sind

$$\begin{aligned} X &= a^0 + a' \cos(\lambda + A') + a'' \cos(2\lambda + A'') + a''' \cos(3\lambda + A''') + a'''' \cos(4\lambda + A'''') \\ Y &= b' \cos(\lambda + B') + b'' \cos(2\lambda + B'') + b''' \cos(3\lambda + B''') + b'''' \cos(4\lambda + B'''') \\ Z &= c^0 + c' \cos(\lambda + C') + c'' \cos(2\lambda + C'') + c''' \cos(3\lambda + C''') + c'''' \cos(4\lambda + C'''') \end{aligned}$$

Die erste Tafel enthält die von λ unabhängigen Theile von X und Z : in den vier folgenden findet man die Werthe der Hülfswinkel A' , A'' u. s. w., und der Logarithmen von a' , a'' u. s. w., alles für die einzelnen Grade der Breite $\varphi = 90^\circ - u$. [Die Tafel ist bei dem vorliegenden Abdruck in einer wegen der Verschiedenheit des Formats etwas abgeänderten Anordnung dem Ende dieser Abhandlung angeschlossen.]

Als Beispiel mag die Rechnung für Göttingen hier Platz finden.

Mit der Breite $+51^\circ 32'$ findet man aus den Tafeln

| | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| $a^0 = +500,8$ | | $c^0 = +1465,2$ |
| $\log a' = 2,28980$ | $\log b' = 2,18900$ | $\log c' = 2,20204$ |
| $\log a'' = 1,79403$ | $\log b'' = 2,03220$ | $\log c'' = 2,12777$ |
| $\log a''' = 1,32522$ | $\log b''' = 1,46845$ | $\log c''' = 1,43199$ |
| $\log a'''' = 0,59391$ | $\log b'''' = 0,70016$ | $\log c'''' = 0,59091$ |
| $A' = 249^\circ 30'$ | $B' = 358^\circ 24'$ | $C' = 105^\circ 44'$ |
| $A'' = 311 \quad 45$ | $B'' = 64 \quad 50$ | $C'' = 165 \quad 15$ |
| $A''' = 234 \quad 10$ | $B''' = 318 \quad 13$ | $C''' = 42 \quad 22$ |
| $A'''' = 142 \quad 26$ | $B'''' = 232 \quad 26$ | $C'''' = 322 \quad 26$ |

*) Die Berechnung eines Theils dieser Hülftafel hat Hr. Doctor GOLDSCHMIDT ausgeführt.

und hienach mit der Länge $\lambda = 9^{\circ} 56\frac{1}{2}'$ die Theile von

| X | Y | Z |
|---------------------|---------------------|----------------------|
| + 500,8 | | + 1465,2 |
| — 35,71 | + 152,89 | — 68,99 |
| + 54,76 | + 9,92 | — 133,67 |
| — 2,21 | + 28,77 | + 8,27 |
| — 3,92 | + 0,19 | + 3,90 |
| X = + 513,72 | Y = + 191,77 | Z = + 1274,71 |

Die weitere Rechnung ergibt dann

$$\delta = + 20^{\circ} 28' \quad \log \omega = 2,73907$$

$$i = + 66 \quad 43$$

$$\psi = 1387,6 \quad \text{oder in der gewöhnlichen Einheit}$$

$$\psi = 1,3876$$

29.

Die folgende Tafel enthält nun die Vergleichung unsrer Formeln mit den Beobachtungen von 91 Punkten aus allen Theilen der Erde. Da die drei Karten, aus welchen die Data für unsre Rechnung entnommen waren, den Zustand für die neueste Zeit darzustellen bestimmt sind, so wurden auch nur Beobachtungen aus dieser in die Vergleichung aufgenommen, und vorzugsweise von solchen Orten, wo alle drei Elemente des Magnetismus beobachtet sind. Die Forderung einer genauen Gleichzeitigkeit kann jetzt noch nicht gemacht werden, ohne unsern Besitz auf eine äusserst kleine Anzahl herabzusetzen.

Über die hier [am Ende dieses Artikels] zur Vergleichung gebrachten Beobachtungen gebe ich noch folgende Nachweisungen:

Die Intensitätsbestimmungen sind grösstentheils entlehnt aus SABINE'S *Report on the variation of magnetic intensity* (in dem schon oben erwähnten *Seventh Report of the British Association for the advancement of Science*).

Die grosse Anzahl magnetischer Beobachtungen aus dem Russischen Reiche und dem angrenzenden Theile von China verdanken wir

HANSTEEN (Poggendorffs Annalen).

ERMAN (*Reise um die Erde*, und handschriftliche Mittheilungen).

VON HUMBOLDT (*Voyage aux regions équinoxiales* T. 13).

FUSS (*Mémoires de l'Académie des Sciences de St. Pétersbourg, Sixième série*).

FEDOR (Handschriftlich mitgetheilt durch v. STRUVE).

REINKE (*Observations météorologiques et magnétiques faites dans l'étendue de l'empire de Russie, rédigées par A. T. KUPFFER, Nr. II*).

Bei folgenden Örtern wurde das Mittel aus den Bestimmungen mehrerer Beobachter genommen, die zum Theil unter einander grössere Verschiedenheit darbieten, als auf Rechnung der jährlichen Änderungen gesetzt werden kann:

(12) *Tobolsk*

| | | |
|--------------|-----------------------|----------|
| Declination. | Hansteen 1828 . . . | — 9° 58' |
| | Erman 1828 . . . | — 9 47 |
| | Fuss 1830 . . . | — 11 52 |
| | Fedor 1833 . . . | — 10 20 |
| Inclination. | Erman 1828 . . . | 71 7 |
| | Von Humboldt 1829 . . | 70 56 |
| | Fuss 1830 . . . | 71 1 |
| | Fedor 1833 . . . | 71 2 |

(16) *Catharinenburg*

| | | |
|--------------|-----------------------|----------|
| Declination. | Hansteen 1828 . . . | — 6° 27' |
| | Erman 1828 . . . | — 7 23 |
| | Reinke 1836 . . . | — 5 5 |
| Inclination. | Erman 1828 . . . | 69 24 |
| | Von Humboldt 1829 . . | 69 6 |
| | Fuss 1830 . . . | 69 19 |
| | Fedor 1832 . . . | 69 15 |

(17) *Tomsk*

| | | |
|--------------|---------------------|----------|
| Declination. | Hansteen 1828 . . . | — 8° 32' |
| | Erman 1829 . . . | — 8 36 |
| Inclination. | Erman 1829 . . . | 70 59 |
| | Fuss 1830 . . . | 70 51 |

(18) *Nishny Nowgorod*

| | | |
|--------------|------------------|----------|
| Declination. | Erman 1828 . . . | — 0° 46' |
| | Fuss 1830 . . . | — 0 8 |

(19) *Krasnojarsk*

| | | |
|--------------|-------------------------|----------|
| Declination. | Hansteen 1829 | — 6° 43' |
| | Erman 1829 | — 6 37 |
| | Fedor 1835 | — 7 26 |
| Inclination. | Erman 1829 | 70 53 |
| | Fedor 1835 | 71 8 |

(20) *Kasan*

| | | |
|--------------|-----------------------------|---------|
| Inclination. | Erman 1828 | 68° 21' |
| | Von Humboldt 1829 | 68 27 |
| | Fuss 1830 | 68 26 |

(21) *Moskwa*

| | | |
|--------------|-----------------------------|---------|
| Declination. | Hansteen 1828 | + 3° 3' |
| | Erman 1828 | + 3 1 |
| Inclination. | Erman 1828 | 68 58 |
| | Von Humboldt 1829 | 68 57 |

(30) *Irkuzk*

| | | |
|--------------|-------------------------|----------|
| Declination. | Hansteen 1829 | — 1° 37' |
| | Erman 1829 | — 1 52 |
| | Fuss 1830 | — 1 25 |
| Inclination. | Erman 1829 | 68 7 |
| | Fuss 1830 | 68 15 |
| | Fuss 1832 | 68 20 |

(36) *Orenburg*

| | | |
|--------------|-----------------------------|---------|
| Inclination. | Von Humboldt 1829 | 64° 41' |
| | Fedor 1832 | 64 47 |

(44) *Troizkosawsk*

| | | |
|--------------|-------------------------|---------|
| Declination. | Hansteen 1829 | + 0° 5' |
| | Erman 1829 | + 0 33 |
| | Fuss 1830 | — 0 1 |
| Inclination. | Erman 1829 | 66 14 |
| | Fuss 1830 | 66 24 |

Die meisten Bestimmungen in der südlichen Hemisphäre rühren von den Capitaines KING und FITZ ROY her, und sind aus einer kleinen Schrift von SABINE (*Magnetic Observations made during the voyages of the ships Adventure and Beagle 1826 — 1836*) entlehnt.

Die Bestimmungen für die übrigen einzelnen Punkte sind zum Theil auch aus den angeführten Quellen entlehnt; von den andern erwähne ich noch folgende:

(1) Spitzbergen. Beobachter SABINE 1823 (Aus dessen *Account of experiments to determine the figure of the earth*).

(2) Hammerfest. Declination und Inclination im Mittel nach den Bestimmungen von SABINE 1823 (aus angeführtem Werke) und von PARRY 1827 (aus dessen *Narrative of an attempt to reach the North Pole*).

(3) Magnetischer Pol, nach ROSS 1831 (*Philosophical Transactions* 1834).

(4) Reikiavik nach Beobachtungen von LOTTIN 1836 (*Voyage en Islande*).

(28) Berlin nach ENCKE 1836 (*Astronomisches Jahrbuch* 1839).

(38) Göttingen. Die Declination gilt für 1835 Oct. 1 (*Resultate für 1836* S. 59); die Inclination ist durch Interpolation zwischen von HUMBOLDTS Beobachtung 1826 und FORBES 1837 auf dieselbe Epoche reducirt.

(39) London, nach handschriftlich mitgetheilten Beobachtungen für die Declination von Capitaine ROSS; für die Inclination von PHILLIPS, FOX, ROSS, JOHNSON und SABINE; die mittlere Epoche für die Declination April 1838, für die Inclination Mai 1838.

(48) Paris für 1835 aus dem *Annuaire* für 1836:

(54) Mailand 1837, von KREIL, nach dessen handschriftlichen Mittheilungen.

(58) Neapel, 1835 nach Beobachtungen von SARTORIUS und LISTING. Die in absolutem Maasse bestimmte Intensität wurde mit dem unten (Art. 31) gegebenen Factor auf die gewöhnliche Einheit reducirt.

(64) Madras 1837 nach TAYLORS Beobachtungen, entlehnt aus dem *Journal of the Asiatic Society of Bengal*, Mai 1837.

| | | Breite | Länge | Declination | | |
|----|--------------------|-----------|---------|-------------|-----------|-----------|
| | | | | Berechn. | Beobacht. | Untersch. |
| 1 | Spitzbergen | + 79° 50' | 11° 40' | + 26° 31' | + 25° 12' | + 1° 19' |
| 2 | Hammerfest | 70 40 | 23 46 | + 12 23 | + 10 50 | + 1 33 |
| 3 | Magn. Pol. n. Ross | 70 5 | 263 14 | - 22 23 | | |
| 4 | Reikiavik | 64 8 | 338 5 | + 40 12 | + 43 14 | - 3 2 |
| 5 | Jakutsk | 62 1 | 129 45 | + 0 5 | + 5 50 | - 5 45 |
| 6 | Porotowsk | 62 1 | 131 50 | + 0 4 | + 4 46 | - 4 42 |
| 7 | Nochinsk | 61 57 | 134 57 | - 0 3 | + 2 11 | - 2 14 |
| 8 | Tschernoljes | 61 31 | 136 23 | 0 0 | + 3 30 | - 3 30 |
| 9 | Petersburg | 59 56 | 30 19 | + 6 47 | + 6 44 | + 0 3 |
| 10 | Christiania | 59 54 | 10 44 | + 19 55 | + 19 50 | + 0 5 |
| 11 | Ochotsk | 59 21 | 143 11 | - 0 18 | + 2 18 | - 2 36 |
| 12 | Tobolsk | 58 11 | 68 16 | - 7 19 | - 10 29 | + 3 10 |
| 13 | Tigil Fluss | 58 1 | 158 15 | - 4 20 | - 4 6 | - 0 14 |
| 14 | Sitka | 57 3 | 224 35 | - 28 45 | - 28 19 | - 0 26 |
| 15 | Tara | 56 54 | 74 4 | - 7 44 | - 9 36 | + 1 52 |
| 16 | Catharinenburg | 56 51 | 60 34 | - 5 20 | - 6 18 | + 0 58 |
| 17 | Tomsk | 56 30 | 85 9 | - 7 21 | - 8 34 | + 1 13 |
| 18 | Nishny Nowgorod | 56 19 | 43 57 | + 1 10 | - 0 27 | + 1 37 |
| 19 | Krasnojarsk | 56 1 | 92 57 | - 5 49 | - 6 40 | + 0 51 |
| 20 | Kasan | 55 48 | 49 7 | - 1 7 | - 2 22 | + 1 15 |
| 21 | Moskwa | 55 46 | 37 37 | + 4 26 | + 3 2 | + 1 24 |
| 22 | Königsberg | 54 43 | 20 30 | + 14 15 | + 13 22 | + 0 53 |
| 23 | Barnaul | 53 20 | 83 56 | - 7 0 | - 7 25 | + 0 25 |
| 24 | Uststretensk | 53 20 | 121 51 | + 1 29 | + 4 21 | - 2 52 |
| 25 | Gorbizkoi | 53 6 | 119 9 | + 1 5 | + 2 54 | - 1 49 |
| 26 | Petropaulowsk | 53 0 | 158 40 | - 3 34 | - 4 6 | + 0 32 |
| 27 | Uriupina | 52 47 | 120 4 | + 1 16 | + 4 4 | - 2 48 |
| 28 | Berlin | 52 30 | 13 24 | + 18 31 | + 17 5 | + 1 26 |
| 29 | Pogromnoi | 52 30 | 111 3 | - 0 38 | + 0 18 | - 0 56 |
| 30 | Irkuzk | 52 17 | 104 17 | - 2 27 | - 1 38 | - 0 49 |
| 31 | Stretensk | 52 15 | 117 40 | + 0 54 | + 2 52 | - 1 58 |
| 32 | Stepnoi | 52 10 | 106 21 | - 1 52 | - 1 8 | - 0 44 |
| 33 | Tschitanskoi | 52 1 | 113 27 | 0 0 | + 1 13 | - 1 13 |
| 34 | Nertschinsk Stadt | 51 56 | 116 31 | + 0 42 | + 2 53 | - 2 11 |
| 35 | Werchneudinsk | 51 50 | 107 46 | - 1 26 | - 0 24 | - 1 2 |
| 36 | Orenburg | 51 45 | 55 6 | - 2 48 | - 3 22 | + 0 34 |
| 37 | Argunskoi | 51 33 | 119 56 | + 1 22 | + 3 44 | - 2 22 |
| 38 | Göttingen | 51 32 | 9 56 | + 20 28 | + 18 38 | + 1 50 |
| 39 | London | 51 31 | 359 50 | + 25 37 | + 24 0 | + 1 37 |
| 40 | Nertschinsk Bergw. | 51 19 | 119 37 | + 1 20 | + 4 6 | - 2 46 |
| 41 | Tschindant | 50 34 | 115 32 | + 0 34 | + 2 14 | - 1 40 |
| 42 | Charazaiska | 50 29 | 104 44 | - 2 9 | - 2 27 | + 0 18 |
| 43 | Zuruchaitu | 50 23 | 119 3 | + 1 18 | + 3 11 | - 1 53 |
| 44 | Troizkosawsk | 50 21 | 106 45 | - 1 34 | - 0 12 | - 1 22 |
| 45 | Abagaitujewskoi | 49 35 | 117 50 | + 1 8 | + 2 54 | - 1 46 |
| 46 | Altanskoi | 49 28 | 111 30 | - 0 16 | + 0 48 | - 1 4 |
| 47 | Mendschinskoi | 49 26 | 108 55 | - 0 56 | + 0 12 | - 1 8 |
| 48 | Paris | 48 52 | 2 21 | + 24 6 | + 22 4 | + 2 2 |
| 49 | Chunzal | 48 13 | 106 27 | - 1 30 | - 1 6 | - 0 24 |
| 50 | Urga | 47 55 | 106 42 | - 1 26 | - 1 16 | - 0 10 |

| | Inclination | | | Intensität | | |
|----|-------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
| | Berechn. | Beobacht. | Untersch. | Berechn. | Beobacht. | Untersch. |
| 1 | + 82° 1' | + 81° 11' | + 0° 50' | 1.599 | 1.562 | + 0.037 |
| 2 | 77 19 | 77 15 | + 0 4 | 1.545 | 1.506 | + 0.039 |
| 3 | 88 48 | 90 0 | - 1 12 | 1.717 | | |
| 4 | 80 40 | 77 0 | + 3 40 | 1.527 | | |
| 5 | 74 36 | 74 18 | + 0 18 | 1.661 | 1.697 | - 0.036 |
| 6 | 74 27 | 74 0 | + 0 27 | 1.658 | 1.721 | - 0.063 |
| 7 | 74 12 | 73 37 | + 0 35 | 1.653 | 1.713 | - 0.060 |
| 8 | 73 48 | 73 8 | + 0 40 | 1.648 | 1.700 | - 0.052 |
| 9 | 70 25 | 71 3 | - 0 38 | 1.469 | 1.410 | + 0.059 |
| 10 | 72 4 | 72 7 | - 0 3 | 1.456 | 1.419 | + 0.037 |
| 11 | 71 36 | 70 41 | + 0 55 | 1.621 | 1.615 | + 0.006 |
| 12 | 70 13 | 71 1 | - 0 48 | 1.575 | 1.557 | + 0.018 |
| 13 | 69 55 | 68 28 | + 1 27 | 1.583 | 1.577 | + 0.006 |
| 14 | 76 30 | 75 51 | + 0 39 | 1.697 | 1.731 | - 0.034 |
| 15 | 69 46 | 70 28 | - 0 42 | 1.586 | 1.575 | + 0.011 |
| 16 | 68 24 | 69 16 | - 0 52 | 1.535 | 1.523 | + 0.012 |
| 17 | 70 33 | 70 55 | - 0 22 | 1.613 | 1.619 | - 0.006 |
| 18 | 67 9 | 68 41 | - 1 32 | 1.469 | 1.442 | + 0.027 |
| 19 | 70 24 | 71 0 | - 0 36 | 1.638 | 1.657 | - 0.019 |
| 20 | 67 13 | 68 25 | - 1 12 | 1.477 | 1.433 | + 0.044 |
| 21 | 66 45 | 68 57 | - 2 12 | 1.446 | 1.404 | + 0.042 |
| 22 | 67 19 | 69 26 | - 2 7 | 1.410 | 1.365 | + 0.045 |
| 23 | 67 50 | 68 10 | - 0 20 | 1.591 | 1.605 | - 0.014 |
| 24 | 68 32 | 68 11 | + 0 21 | 1.609 | 1.656 | - 0.047 |
| 25 | 68 32 | 68 22 | + 0 10 | 1.611 | 1.660 | - 0.049 |
| 26 | 65 31 | 63 50 | + 1 41 | 1.521 | 1.489 | + 0.032 |
| 27 | 68 17 | 67 53 | + 0 24 | 1.612 | 1.667 | - 0.055 |
| 28 | 66 45 | 68 7 | - 1 22 | 1.391 | 1.367 | + 0.024 |
| 29 | 68 25 | 68 8 | + 0 17 | 1.616 | 1.640 | - 0.024 |
| 30 | 68 17 | 68 14 | + 0 3 | 1.616 | 1.647 | - 0.031 |
| 31 | 67 55 | 67 38 | + 0 17 | 1.606 | 1.649 | - 0.043 |
| 32 | 68 12 | 68 10 | + 0 2 | 1.615 | 1.663 | - 0.048 |
| 33 | 67 56 | 67 42 | + 0 14 | 1.609 | 1.668 | - 0.059 |
| 34 | 67 43 | 67 11 | + 0 32 | 1.604 | 1.635 | - 0.031 |
| 35 | 67 55 | 68 6 | - 0 11 | 1.612 | 1.657 | - 0.045 |
| 36 | 63 14 | 64 44 | - 1 30 | 1.461 | 1.432 | + 0.029 |
| 37 | 67 10 | 66 54 | + 0 16 | 1.595 | 1.655 | - 0.060 |
| 38 | 66 43 | 67 56 | - 1 13 | 1.388 | 1.357 | + 0.031 |
| 39 | 68 54 | 69 17 | - 0 23 | 1.410 | 1.372 | + 0.038 |
| 40 | 66 59 | 66 33 | + 0 26 | 1.593 | 1.617 | - 0.024 |
| 41 | 66 35 | 66 32 | + 0 3 | 1.592 | 1.650 | - 0.058 |
| 42 | 66 45 | 66 56 | - 0 11 | 1.599 | 1.643 | - 0.044 |
| 43 | 66 12 | 66 13 | - 0 1 | 1.584 | 1.626 | - 0.042 |
| 44 | 66 38 | 66 19 | + 0 19 | 1.597 | 1.642 | - 0.045 |
| 45 | 65 33 | 64 48 | + 0 45 | 1.577 | 1.583 | - 0.006 |
| 46 | 65 46 | 65 20 | + 0 26 | 1.585 | 1.619 | - 0.034 |
| 47 | 65 48 | 65 31 | + 0 17 | 1.587 | 1.630 | - 0.043 |
| 48 | 66 45 | 67 24 | - 0 39 | 1.389 | 1.348 | + 0.041 |
| 49 | 64 42 | 64 29 | + 0 13 | 1.574 | 1.612 | - 0.038 |
| 50 | 64 25 | 64 4 | + 0 21 | 1.571 | 1.583 | - 0.012 |

| | | Breite | Länge | Declination | | |
|-----|--------------------|-----------|--------|-------------|-----------|-----------|
| | | | | Berechn. | Beobacht. | Untersch. |
| 51 | Astrachan | + 46° 20' | 48° 0' | + 1° 40' | + 1° 12' | + 0° 28' |
| 52 | Chologur | 46 0 | 110 34 | — 0 20 | + 0 49 | — 1 9 |
| 53 | Ergi | 45 32 | 111 25 | — 0 6 | + 1 7 | — 1 13 |
| 54 | Mailand | 45 28 | 9 9 | + 20 56 | + 18 33 | + 2 23 |
| 55 | Sendschi | 44 45 | 110 26 | — 0 20 | + 0 30 | — 0 50 |
| 56 | Batchay | 44 21 | 112 55 | + 0 16 | + 0 59 | — 0 43 |
| 57 | Scharabudurguna | 43 13 | 114 6 | + 0 32 | + 0 46 | — 0 14 |
| 58 | Neapel | 40 52 | 14 16 | + 18 53 | + 15 20 | + 3 33 |
| 59 | Chalgan | 40 49 | 114 58 | + 0 42 | + 1 13 | — 0 31 |
| 60 | Pekin | 39 54 | 116 26 | + 0 58 | + 1 48 | — 0 50 |
| 61 | Terceira | 38 39 | 332 47 | + 25 17 | + 24 18 | + 0 59 |
| 62 | San Francisco | 37 49 | 237 35 | — 16 22 | — 14 55 | — 1 27 |
| 63 | Port Praya | 14 54 | 336 30 | + 16 17 | + 16 30 | — 0 13 |
| 64 | Madras | + 13 4 | 80 17 | — 4 1 | | |
| 65 | Galapagos Insel | — 0 50 | 270 23 | — 8 57 | — 9 30 | + 0 33 |
| 66 | Ascension | 7 56 | 345 36 | + 14 37 | + 13 30 | + 1 7 |
| 67 | Pernambuco | 8 4 | 325 9 | + 5 58 | + 5 54 | + 0 4 |
| 68 | Callao | 12 4 | 282 52 | — 9 32 | — 10 0 | + 0 28 |
| 69 | Keeling Insel | 12 5 | 96 55 | + 0 23 | + 1 12 | — 0 49 |
| 70 | Bahia | 12 59 | 321 30 | + 3 12 | + 4 18 | — 1 6 |
| 71 | St. Helena | 15 55 | 354 17 | + 19 27 | + 18 0 | + 1 27 |
| 72 | Otaheite | 17 29 | 210 30 | — 5 45 | — 7 54 | + 2 9 |
| 73 | Mauritius | 20 9 | 57 31 | + 11 9 | + 11 18 | — 0 9 |
| 74 | Rio de Janeiro | 22 55 | 316 51 | — 1 11 | — 2 8 | + 0 57 |
| 75 | Valparaiso | 33 2 | 288 19 | — 13 45 | — 15 18 | + 1 33 |
| 76 | Sydney | 33 51 | 151 17 | — 7 51 | — 10 24 | + 2 33 |
| 77 | Vorg. d. g. Hoffn. | 34 11 | 18 26 | + 27 24 | + 28 30 | — 1 6 |
| 78 | Monte Video | 34 53 | 303 47 | — 11 23 | — 12 0 | + 0 37 |
| 79 | K. Georgs Sund | 35 2 | 117 56 | + 5 12 | + 5 36 | — 0 24 |
| 80 | Neu Seeland | 35 16 | 174 0 | — 11 10 | — 14 0 | + 2 50 |
| 81 | Concepcion | 36 42 | 286 50 | — 14 43 | — 16 48 | + 2 5 |
| 82 | Blanco Bay | 38 57 | 298 1 | — 12 57 | — 15 0 | + 2 3 |
| 83 | Valdivia | 39 53 | 286 31 | — 16 13 | — 17 30 | + 1 17 |
| 84 | Chiloe | 41 51 | 286 4 | — 16 56 | — 18 0 | + 1 4 |
| 85 | Hobarttown | 42 53 | 147 24 | — 5 51 | — 11 6 | + 5 15 |
| 86 | Port Low | 43 48 | 285 58 | — 17 32 | — 19 48 | + 2 16 |
| 87 | Port San Andres | 46 35 | 284 25 | — 19 4 | — 20 48 | + 1 44 |
| 88 | Port Desire | 47 45 | 294 5 | — 16 52 | — 20 12 | + 3 20 |
| 89 | R. Santa Cruz | 50 7 | 291 36 | — 18 23 | — 20 54 | + 2 31 |
| 90 | Falkland Insel | 51 32 | 301 53 | — 15 16 | — 19 0 | + 3 44 |
| 91 | Port Famine | — 53 38 | 289 2 | — 20 28 | — 23 0 | + 2 32 |
| 8* | Port Etches | + 60 21 | 213 19 | — 28 33 | — 31 38 | + 3 5 |
| 8** | Lerwick | + 60 9 | 358 53 | + 27 10 | + 27 16 | — 0 6 |
| 11* | Stockholm | + 59 20 | 18 4 | + 15 22 | + 14 57 | + 0 25 |
| 34* | Valentia | + 51 56 | 349 43 | + 30 2 | + 28 43 | + 1 19 |
| 40* | Brüssel | + 50 52 | 4 50 | + 23 23 | + 22 19 | + 1 4 |
| 54* | Montreal | + 45 27 | 286 30 | + 5 23 | + 7 30 | — 2 7 |
| 62* | Oahu | + 21 17 | 202 0 | — 12 19 | — 10 40 | — 1 39 |
| 64* | Panama | + 8 37 | 280 31 | — 6 44 | — 7 37 | + 0 53 |

| | Inclination | | | Intensität | | |
|-----|-------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
| | Berechn. | Beobacht. | Untersch. | Berechn. | Beobacht. | Untersch. |
| 51 | + 56° 59' | + 59° 58' | - 2° 59' | 1.358 | 1.334 | + 0.024 |
| 52 | 62 31 | 61 54 | + 0 37 | 1.545 | 1.580 | - 0.035 |
| 53 | 61 58 | 61 22 | + 0 36 | 1.539 | 1.559 | - 0.020 |
| 54 | 62 13 | 63 48 | - 1 35 | 1.331 | 1.294 | + 0.037 |
| 55 | 61 15 | 60 42 | + 0 33 | 1.529 | 1.530 | - 0.001 |
| 56 | 60 46 | 60 18 | + 0 28 | 1.520 | 1.553 | - 0.033 |
| 57 | 59 32 | 59 3 | + 0 29 | 1.502 | 1.538 | - 0.036 |
| 58 | 56 26 | 58 53 | - 2 27 | 1.271 | 1.271 | 0. |
| 59 | 56 51 | 56 17 | + 0 34 | 1.465 | 1.459 | + 0.006 |
| 60 | 55 43 | 54 49 | + 0 54 | 1.448 | 1.453 | - 0.005 |
| 61 | 68 34 | 68 6 | + 0 28 | 1.469 | 1.457 | + 0.012 |
| 62 | 64 14 | 62 38 | + 1 36 | 1.592 | 1.591 | + 0.001 |
| 63 | 45 51 | 46 3 | - 0 12 | 1.168 | 1.156 | + 0.012 |
| 64 | 4 14 | 6 52 | - 2 38 | 1.038 | 1.031 | + 0.007 |
| 65 | 13 24 | 9 29 | + 3 55 | 1.085 | 1.069 | + 0.016 |
| 66 | 5 32 | 1 39 | + 3 53 | 0.813 | 0.873 | - 0.060 |
| 67 | + 13 2 | + 13 13 | - 0 11 | 0.909 | 0.914 | - 0.005 |
| 68 | - 4 39 | - 6 14 | + 1 35 | 1.003 | 0.97 | + 0.033 |
| 69 | - 39 19 | - 38 33 | - 0 46 | 1.161 | | |
| 70 | + 3 59 | + 5 24 | - 1 25 | 0.883 | 0.871 | + 0.012 |
| 71 | - 14 52 | - 18 1 | + 3 9 | 0.811 | 0.836 | - 0.025 |
| 72 | - 27 26 | - 30 26 | + 3 0 | 1.113 | 1.094 | + 0.019 |
| 73 | - 54 8 | - 54 1 | - 0 7 | 1.060 | 1.144 | - 0.084 |
| 74 | - 14 49 | - 13 30 | - 1 19 | 0.879 | 0.878 | + 0.001 |
| 75 | - 37 56 | - 39 7 | + 1 11 | 1.094 | 1.176 | - 0.082 |
| 76 | - 58 11 | - 62 49 | + 4 38 | 1.667 | 1.685 | - 0.018 |
| 77 | - 51 4 | - 52 35 | + 1 31 | 0.981 | 1.014 | - 0.033 |
| 78 | - 35 34 | - 35 40 | + 0 6 | 1.022 | 1.060 | - 0.038 |
| 79 | - 62 39 | - 64 41 | + 2 2 | 1.658 | 1.709 | - 0.051 |
| 80 | - 54 46 | - 59 32 | + 4 46 | 1.616 | 1.591 | + 0.025 |
| 81 | - 42 49 | - 44 13 | + 1 24 | 1.147 | 1.218 | - 0.071 |
| 82 | - 42 1 | - 41 54 | - 0 7 | 1.103 | 1.113 | - 0.010 |
| 83 | - 46 13 | - 46 47 | + 0 34 | 1.145 | 1.238 | - 0.093 |
| 84 | - 48 14 | - 49 26 | + 1 12 | 1.227 | 1.313 | - 0.086 |
| 85 | - 66 57 | - 70 35 | + 3 38 | 1.894 | 1.817 | + 0.077 |
| 86 | - 50 4 | - 51 20 | + 1 16 | 1.257 | 1.326 | - 0.069 |
| 87 | - 53 0 | - 54 14 | + 1 14 | 1.310 | | |
| 88 | - 51 22 | - 52 43 | + 1 21 | 1.263 | 1.359 | - 0.096 |
| 89 | - 53 49 | - 55 16 | + 1 27 | 1.321 | 1.425 | - 0.104 |
| 90 | - 52 46 | - 53 25 | + 0 39 | 1.276 | 1.367 | - 0.091 |
| 91 | - 57 38 | - 59 53 | + 2 15 | 1.424 | 1.532 | - 0.108 |
| 8* | + 76 25 | + 76 3 | + 0 22 | 1.678 | 1.75 | - 0.072 |
| 8** | + 73 46 | + 73 45 | + 0 1 | 1.469 | 1.421 | + 0.048 |
| 11* | + 70 52 | + 71 40 | + 0 48 | 1.451 | 1.382 | + 0.069 |
| 34* | + 71 25 | + 70 52 | + 0 33 | 1.448 | 1.409 | + 0.039 |
| 40* | + 67 29 | + 68 49 | - 1 20 | 1.393 | 1.369 | + 0.024 |
| 54* | + 77 24 | + 76 19 | + 1 5 | 1.713 | 1.805 | - 0.092 |
| 62* | + 37 36 | + 41 35 | - 3 59 | 1.125 | 1.14 | - 0.015 |
| 64* | + 34 40 | + 31 55 | + 2 45 | 1.238 | 1.19 | + 0.048 |

30.

Wenn man bei der Beurtheilung der Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung, welche die vorstehende tabellarische Vergleichung ergibt, in Erwägung zieht, dass einerseits fast sämmtliche Beobachtungen mit den Fehlern der Operation und den zufälligen Anomalien in der magnetischen Kraft selbst behaftet sind, und nicht für ein und dasselbe Jahr gelten*); andererseits, dass in unsern Formeln nur die Glieder bis zur vierten Ordnung enthalten sind, während die folgenden noch sehr merklich sein mögen: so scheint die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung allen billigen Erwartungen zu genügen, die man von einem ersten Versuche haben durfte. Unser Ausdruck für $\frac{V}{R}$ darf also wohl als der Wahrheit nahe kommend betrachtet werden, wenigstens in seinen beträchtlichern Gliedern, und es hat daher der Mühe werth geschienen, von dem Gange der numerischen Werthe von $\frac{V}{R}$ durch eine graphische Darstellung eine Versinnlichung zu geben. Es ist diess durch eine von Hrn. Dr. GOLDSCHMIDT gezeichnete Karte in drei Abtheilungen geschehen, deren erste nach MERCATOR'S Projection den ganzen Erdgürtel zwischen 70^0 nordlicher und 70^0 südlicher Breite, die beiden andern nach stereographischer Projection die Polargegenden bis zu 65^0 Breite vorstellen. Die Correctionen und Vervollständigungen, welche in Zukunft eine wiederholte und auf vollkommnere Data gegründete Berechnung an dem Ausdruck für $\frac{V}{R}$ nöthig machen wird, werden zwar ohne Zweifel noch bedeutende Verschiebungen in diesem Liniensystem hervorbringen, besonders in den hohen südlichen Breiten: aber eine wesentliche Änderung in der ganzen Gestaltung selbst ist nicht denkbar ohne so grosse Änderungen in dem Ausdrucke für $\frac{V}{R}$, dass die Übereinstimmung mit den vorhandenen Beobachtungen verloren gehen müsste. Wir sind also hiedurch zu dem wichtigen Resultate geführt, dass das System der

*) Von der bedeutenden Discordanz zwischen verschiedenen Beobachtern bei einem und demselben Orte gibt schon das im vorhergehenden Artikel Mitgetheilte einige Proben; einige andere mögen hier noch angeführt werden, wo die Unterschiede viel grösser sind, als mit irgend einiger Wahrscheinlichkeit auf Rechnung regelmässiger jährlicher Änderung gesetzt werden kann. Die Inclination in Valparaiso war 1829 nach KING $-40^0 11'$, 1835 nach FITZ ROY $-38^0 3'$. Auf der Insel Mauritius war die Intensität im Jahre 1818 nach FREYCHNET 1,096, im Jahr 1836 nach FITZ ROY 1,192. Noch grösser ist der Unterschied bei Otaheite, wo die Intensität 1830 von ERMAN = 1,172 gefunden ist, hingegen 1835 von FITZ ROY = 1,017. Diese letztere Verschiedenheit an einem für künftige Verbesserung der Elemente höchst wichtigen Platze ist bedeutend grösser, als die grösste, die unter allen unsern 86 Vergleichungen berechneter Intensitäten mit beobachteten vorkommt.

Linien gleicher Werthe von V auf der Oberfläche der Erde wirklich unter dem einfachsten oben Art. 11 beschriebenen Typus begriffen ist, und dass also *nur zwei magnetische Pole* auf der Erde vorhanden sind, wenn man von dem im 13. Artikel erwähnten Falle einer localen Ausnahme absieht, dessen Vorkommen oder Nichtvorkommen zur Zeit noch dahin gestellt bleiben muss. Die genaue Berechnung nach unsern Elementen gibt die Plätze dieser beiden Pole

1) in $73^{\circ}35'$ nördlicher Breite, $264^{\circ}21'$ Länge östlich von Greenwich, mit dem Werthe der ganzen Intensität $= 1,701$ (nach gewöhnlicher Einheit).

2) in $72^{\circ}35'$ südlicher Breite, $152^{\circ}30'$ Länge mit der ganzen Intensität $= 2,253$.

Im erstern Punkte hat $\frac{V}{R}$ seinen grössten Werth $= +895,86$, im zweiten den kleinsten $= -1030,24$.

Nach Ross's Beobachtung fällt der nördliche magnetische Pol um $3^{\circ}30'$ südlicher als nach unserer Rechnung, und letztere gibt, wie aus unsrer Vergleichungstafel ersichtlich ist, eine um $1^{\circ}12'$ fehlerhafte Richtung der magnetischen Kraft an jenem Platze. Beim südlichen magnetischen Pole wird man eine bedeutend grössere Verschiebung zu erwarten haben. Da in Hobarttown, als dem demselben am nächsten liegenden Beobachtungsorte, die berechnete Inclination ohne Rücksicht auf das Zeichen, von der Rechnung um $3^{\circ}38'$ zu klein angegeben wird, insofern man sich auf die Beobachtung verlassen kann, so wird der wirkliche südliche magnetische Pol wahrscheinlich bedeutend nördlicher liegen als ihn unsere Rechnung angibt, und möchte derselbe etwa in der Gegend von 66° Breite und 146° Länge zu suchen sein.

31.

Wenngleich man den beiden Punkten auf der Erdoberfläche, wo die horizontale Kraft verschwindet, und die man die magnetischen Pole nennt, wegen ihrer Beziehung auf die Gestaltung der Erscheinungen der horizontalen Kraft auf der ganzen Erdfäche eine gewisse Bedeutsamkeit wohl beilegen mag, so muss man sich doch hüten, dieser Bedeutsamkeit eine weitere Ausdehnung zu geben: namentlich ist die Chorde, welche jene beiden Punkte verbindet, ohne alle Bedeutung, und es würde ein unpassender Missgriff sein, wenn man *diese gerade Linie* durch die Benennung *magnetische Axe* der Erde auszeichnen wollte. Die einzige Art, wie man dem Begriffe der magnetischen Axe eines Körpers eine all-

gemein gültige Haltung geben kann, ist die im 5. Artikel der *Intensitas vis magneticae* festgesetzte, wonach darunter eine gerade Linie verstanden wird, in Beziehung auf welche das Moment des in dem Körper enthaltenen freien Magnetismus ein Maximum ist. Zur Bestimmung der Lage der magnetischen Axe der Erde in diesem Sinn, und zugleich des Moments des Erdmagnetismus in Beziehung auf dieselbe, ist nun nach dem, was oben im 17. Art. bereits bemerkt ist, bloss die Kenntniss der Glieder erster Ordnung von V erforderlich. Nach unsern Elementen Art. 26 ist

$$P' = + 925,782 \cos u + 89,024 \sin u \cos \lambda - 178,744 \sin u \sin \lambda$$

mithin sind $-925,782 R^3$, $-89,024 R^3$, $+178,744 R^3$ die Momente des Erdmagnetismus in Beziehung auf die Erdaxe, und die beiden Erdradien für die Länge 0 und 90° . Bei der Erdaxe ist die Richtung nach dem Nordpole zu verstanden, und das negative Zeichen des entsprechenden Moments zeigt an, dass die magnetische Axe einen stumpfen Winkel mit jener macht, d. i. dass ihr magnetischer Nordpol nach Süden gekehrt ist. Die Richtung der magnetischen Axe findet sich hieraus parallel dem Erddiameter von $77^\circ 50' N.$ Breite $296^\circ 29'$ Länge nach $77^\circ 50' S.$ Breite $116^\circ 29'$ Länge, und das magnetische Moment in Beziehung auf dieselbe $= 947,08 R^3$. Bei letzterm muss man sich erinnern, dass unsern Elementen eine Einheit für die Intensität zum Grunde liegt, die ein Tausendtheil der gewöhnlich gebrauchten ist. Um die Reduction auf die in der *Intensitas vis magneticae* festgesetzte absolute Einheit zu erhalten, bemerken wir, dass in letzterer die horizontale Intensität in Göttingen, 1834 am 19. Julius $= 1,7748$ gefunden war, woraus mit der Inclination $68^\circ 1'$ die ganze Intensität $= 4,7414$ folgt, während sie nach obiger Einheit $= 1357$ angenommen wird. Der Reductionsfactor ist also $= 0,0034941$, und sonach das magnetische Moment der Erde nach der absoluten Einheit

$$= 3,3092 R^3$$

Da bei dieser absoluten Einheit für die erdmagnetische Kraft das Millimeter als Längeneinheit angenommen ist, so muss auch R in Millimetern angesetzt werden, wobei es, da ohnehin die Ellipticität der Erde hier nicht berücksichtigt wird, hinreichend ist, R als Radius eines Kreises zu betrachten, dessen Umfang 40000 Millionen Millimeter beträgt. Hiernach wird obiges magnetische Moment durch

eine Zahl ausgedrückt, deren Logarithme = 29,93136 oder durch 853800 Quadrillionen. Nach derselben absoluten Einheit wurde das magnetische Moment eines einpfündigen Magnetstabes nach den im Jahre 1832 angestellten Versuchen = 100877000 gefunden (*Intensitas* Art. 21); das magnetische Moment der Erde ist also 8464 Trillionen mal grösser. Es wären daher 8464 Trillionen solcher Magnetstäbe, mit parallelen magnetischen Axen, erforderlich, um die magnetische Wirkung der Erde im äussern Raume zu ersetzen, was bei einer gleichförmigen Vertheilung durch den ganzen körperlichen Raum der Erde beinahe acht Stäbe (genauer 7,831) auf jedes Kubikmeter beträgt. So ausgesprochen, behält dies Resultat seine Bedeutung, auch wenn man die Erde nicht als einen wirklichen Magnet betrachten, sondern den Erdmagnetismus blossen beharrlichen galvanischen Strömen in der Erde zuschreiben wollte. Betrachten wir aber die Erde als einen wirklichen Magnet, so sind wir genöthigt, *durchschnittlich* wenigstens*) jedem Theile derselben, der ein Achtel Kubikmeter gross ist, eine eben so starke Magnetisirung beizulegen, als jener Magnetstab enthält, ein Resultat, welches wohl den Physikern unerwartet sein wird.

32.

Die Art der wirklichen Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten in der Erde bleibt nothwendigerweise unbestimmt. In der That kann nach einem allgemeinen Theorem, welches bereits in der *Intensitas* Art. 2 erwähnt ist, und bei einer andern Gelegenheit ausführlich behandelt werden soll, anstatt jeder beliebigen Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten innerhalb eines körperlichen Raumes allemal substituirt werden eine Vertheilung auf der Oberfläche dieses Raumes, so dass die Wirkung in jedem Punkte des äussern Raumes genau dieselbe bleibt, woraus man leicht schliesst, dass *einerlei* Wirkung im ganzen äussern Raume aus unendlich vielen *verschiedenen* Vertheilungen der magnetischen Flüssigkeiten im Innern abzuleiten ist.

Dagegen können wir diejenige fingirte Vertheilung auf der Oberfläche der Erde, welche der wirklichen im Innern, in Beziehung auf die daraus nach Aussen entstehenden Kräfte, vollkommen äquivalirt, angeben, und sogar, wegen der Ku-

*) Insofern wir nemlich nicht befugt sind, bei allen magnetisirten Theilen der Erde durchaus parallele magnetische Axen vorauszusetzen. Je mehr an solchem Parallelismus fehlt, desto stärker muss die durchschnittliche Magnetisirung der Theile sein, um dasselbe magnetische Totalmoment hervorzubringen.

gestalt der Erde, auf eine höchst einfache Art. Es wird nemlich die Dichtigkeit des magnetischen Fluidums in jedem Punkte der Erdoberfläche, d. i. das Quantum des Fluidums, welches der Flächeneinheit entspricht, durch die Formel

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{V}{R} - 2Z \right)$$

ausgedrückt, oder durch

$$-\frac{1}{4\pi} (3P' + 5P'' + 7P''' + 9P'''' + \text{u. s. w.})$$

Der Werth dieser Formel wird demnächst durch eine graphische Darstellung ver-
sinnlicht werden; hier mag nur bemerkt werden, dass er negativ an der nordli-
chen, positiv an der südlichen Hälfte der Erde ist, so jedoch, dass die Schei-
dungslinie den Äquator zweimal schneidet (in 6° und 186° Länge) und sich auf
beiden Seiten bis zu etwa 15° nordlicher und südlicher Breite von demselben ent-
fernt; ferner dass auf der nordlichen Hälfte *zwei* Minima Statt finden, auf der
südlichen hingegen nur ein Maximum. Nach einer flüchtigen Rechnung finden
sich diese Minima und das Maximum

| | | | |
|---------|----|------------------------|---------------------|
| — 209,1 | in | 55° N. Breite | 263° Länge |
| — 200,0 | in | 71° N. Breite | 116° Länge |
| + 277,7 | in | 70° S. Breite | 154° Länge |

Bei den Werthen selbst liegt die Einheit unsrer Elemente zum Grunde, und sie
müssen daher noch mit 0,0034941 multiplicirt werden, wenn sie in absolutem
Maass ausgedrückt werden sollen.

33.

Unsere Elemente sollen, wie schon oben bevorwortet ist, für nichts weiter
gelten, als für eine erste Annäherung, und als solche stimmen sie nach Art. 29
mit den Beobachtungen befriedigend genug überein. Es leidet keinen Zweifel,
dass eine Verbesserungsrechnung nach diesen Beobachtungen eine viel grössere
Übereinstimmung verschaffen würde, und eine solche Rechnung würde an sich
weiter keine Schwierigkeit haben als ihre Länge, die immer noch abschreckend
gross bleibt, auch wenn man zur Abkürzung ähnliche Kunstgriffe anwenden
wollte, wie von den Astronomen bei Verbesserung der Elemente der Planeten-
und Kometenbahnen benutzt werden. Obgleich indessen diese Schwierigkeit leicht

überwindlich sein würde, wenn die Arbeit unter eine Anzahl von Rechnern vertheilt werden könnte, so möchte es doch nicht gerathen sein, eine solche Verbesserung schon jetzt vorzunehmen, wo die Data von so vielen Plätzen, deren Mitbenutzung wesentlich sein würde, noch so geringe Zuverlässigkeit haben. Es wird am besten sein, vorerst die Vergleichung der Elemente mit Beobachtungen weiter fortzusetzen, wodurch man das Mittel finden wird, den allgemeinen Karten eine viel grössere Zuverlässigkeit zu geben, als bei dem bisher ausschliesslich empirischen Verfahren möglich war. Es sei uns aber erlaubt, einige Blicke auf die künftigen Fortschritte der Theorie zu werfen, deren völlige Realisirung freilich noch sehr entfernt sein mag.

34.

Zu einer befriedigenden Ausfeilung und Vervollständigung der Elemente müssen an die Beobachtungsdata viel höhere Forderungen gemacht werden, als bisher erfüllt sind. Jene sollten an allen zu benutzenden Punkten eine Schärfe haben, die bisjetzt nur an äusserst wenigen erreicht ist; sie sollten von den unregelmässigen Bewegungen gereinigt sein; sie sollten für Einerlei Zeitpunkt gelten. Es wird noch lange dauern, bis solchen Forderungen genügt werden kann: was aber zunächst am meisten Noth thut, ist die Herbeischaffung von *vollständigen* (d. i. alle drei Elemente umfassenden) Beobachtungen an einem oder dem andern Punkte innerhalb derjenigen grossen Flächenräume, wo dergleichen bisher noch ganz fehlen; denn in der That hat ein neu hinzukommender Punkt allemal für die allgemeine Theorie desto grössere Wichtigkeit, je weiter er von den andern schon zu unserm Besitz gehörenden entfernt liegt.

Nach einer hinlänglichen Zwischenzeit wird man für einen zweiten Zeitpunkt die Elemente von neuem bestimmen, und so ihre Säcularänderungen erhalten. Aber offenbar wird dazu unumgänglich nöthig sein, das bisherige Maass der Intensitäten ganz fahren zu lassen, und ein absolutes an dessen Stelle zu setzen.

Im Laufe künftiger Jahrhunderte werden auch diese Änderungen nicht mehr als gleichförmig erscheinen, und die Erforschung des Ganges, in dem die Elemente fortschreiten, wird den Naturforschern unerschöpflichen Stoff zu Untersuchungen darbieten.

35.

Aber auch Aufschlüsse über interessante Punkte der Theorie wird die Folgezeit bringen.

In unsrer Theorie ist angenommen, dass in jedem messbaren magnetisirten Theile des Erdkörpers genau eben so viel positives wie negatives Fluidum enthalten sei. Hätten die magnetischen Flüssigkeiten gar keine Realität, sondern wären sie nur ein fingirtes Substitut für galvanische Ströme in den kleinsten Theilen der Erde, so ist jene Gleichheit schon von selbst an die Befugniss zu dieser Substitution geknüpft: legt man hingegen den magnetischen Flüssigkeiten wirkliche Realität bei, so könnte man ohne Ungereimtheit die vollkommene Gleichheit der Quantitäten beider Flüssigkeiten in Zweifel ziehen. In Beziehung auf einzelne magnetische Körper (natürliche oder künstliche Magnete) liesse sich die Frage, ob in ihnen ein merklicher Überschuss der einen oder der andern Flüssigkeit enthalten sei, oder nicht, leicht durch sehr scharfe Versuche entscheiden, da im erstern Falle ein mit einem solchen Körper belasteter Lothfaden eine Abweichung von der verticalen Lage zeigen müsste (und zwar in der Richtung des magnetischen Meridians). Wenn dergleichen Versuche, mit vielen künstlichen Magneten in einem von Eisen hinlänglich entfernten Locale angestellt, niemals die geringste Abweichung zeigen sollten (wie wohl zu vermuthen steht), so würde allerdings jene Gleichheit auch für die ganze Erde mit grösster Wahrscheinlichkeit anzunehmen sein, immer aber doch die Möglichkeit einiger Ungleichheit noch nicht ganz ausgeschlossen.

In unsrer Theorie würde durch das Vorhandensein einer solchen Ungleichheit weiter kein Unterschied entstehen, als dass P^0 (Art. 17) nicht mehr $= 0$ sein würde. Die Folge davon würde sein, dass im ganzen unendlichen äussern Raume dem Ausdrucke für Z noch das Glied $\frac{RRP^0}{rr}$, und also auf der Oberfläche der Erde das (constante) Glied P^0 beigefügt werden müsste, während X und Y gar nicht dadurch geändert werden. Wenn die Zukunft einen viel umfassendern Reichthum an scharfen Beobachtungen geliefert haben wird, als jetzt zu Gebote steht, wird sich allerdings ausmitteln lassen, ob ihre genaue Darstellung einen nicht verschwindenden Werth für P^0 erfordert oder nicht. Bei gegenwärtiger Beschaffenheit der Daten würde aber ein solches Unternehmen noch gar keinen Erfolg haben können.

36.

Ein anderer Theil unserer Theorie, über welchen ein Zweifel Statt finden kann, ist die Voraussetzung, dass die Agentien der erdmagnetischen Kraft ihren Sitz ausschliesslich im Innern der Erde haben.

Sollten die unmittelbaren Ursachen ganz oder zum Theil ausserhalb gesucht werden, so können wir, insofern wir bodenlose Phantasien ausschliessen und uns nur an wissenschaftlich bekanntes halten wollen, nur an galvanische Ströme denken. Die atmosphärische Luft ist kein Leiter solcher Ströme, der leere Raum auch nicht: unsre Kenntnisse verlassen uns also, wenn wir einen Träger für galvanische Ströme in den obern Regionen suchen. Allein die räthselhaften Erscheinungen des Nordlichts, bei welchem allem Anscheine nach Electricität in Bewegung eine Hauptrolle spielt, verbieten uns, die Möglichkeit solcher Ströme bloss jener Unwissenheit wegen geradezu zu läugnen, und es bleibt jedenfalls interessant, zu untersuchen, wie die aus denselben hervorgehende magnetische Wirkung auf der Erdoberfläche sich gestalten würde.

37.

Nehmen wir also an, dass in einem die Erde gewölbartig oder schalenförmig einschliessenden Raume S beharrliche galvanische Ströme Statt finden, und bezeichnen den ganzen von S eingeschlossenen Raum mit S' , den ganzen äussern S und S' einschliessenden Raum mit S'' . Wie nun auch jene galvanische Ströme configurirt sein mögen, so lässt sich allemal anstatt derselben eine fingirte Vertheilung von magnetischen Flüssigkeiten und zwar innerhalb des Raumes S substituiren, durch welche in dem ganzen übrigen Raume S' und S'' genau dieselbe magnetische Wirkung ausgeübt wird, wie durch jene Ströme. Dieser wichtige schon im 3. Artikel erwähnte Satz gründet sich darauf, dass erstlich jene Ströme sich in eine unendliche Anzahl elementarer Ströme (d. i. solcher, die als linear betrachtet werden dürfen) zerlegen lassen; zweitens auf das bekannte, meines Wissens zuerst von AMPÈRE nachgewiesene Theorem, dass an die Stelle eines jeden linearen eine beliebige Fläche begrenzenden Stromes eine Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten an beiden Seiten dieser Fläche in unmessbar kleinen Distanzen von derselben mit vorgedachter Wirkung substituirt werden kann; drittens auf die evidente Möglichkeit, für jede innerhalb S liegende geschlossene Linie eine von ihr begrenzte Fläche anzugeben, die gleichfalls ganz innerhalb S liegt.

Bezeichnet man nun mit $-v$ das Aggregat aller Quotienten, die entstehen, wenn sämtliche Elemente jenes fingirten magnetischen Fluidums mit der Entfernung von einem unbestimmten Punkte O in S' oder S'' dividirt werden, wobei, wie sich von selbst versteht, die Elemente des südlichen Fluidums als negativ betrachtet werden müssen, so drücken die partiellen Differentialquotienten von v (ganz eben so wie in unsrer obigen Theorie die von V) die Componenten der in O durch die galvanischen Ströme hervorgebrachten magnetischen Kraft aus.

38.

Obgleich die ausführliche Entwicklung der Theorie, aus welcher der im vorhergehenden Artikel gebrauchte Satz entlehnt ist, einer andern Gelegenheit vorbehalten bleiben muss, so verdient doch ein wichtiger dieselbe betreffender Punkt hier noch erwähnt zu werden. Wenn zwei *verschiedene* Flächen F, F' construirt werden, deren jede denselben linearischen Strom G zur Begrenzung hat, und hier der Kürze wegen nur der einfachste Fall in Betrachtung gezogen wird, wo jene Flächen ausser der gemeinschaftlichen Begrenzungslinie keinen Punkt weiter gemein haben, so schliessen dieselben einen körperlichen Raum ein. Liegt nun O ausserhalb dieses Raumes, so erhält man für denjenigen Bestandtheil von v , welcher sich auf G bezieht, *einerlei* Werth, man möge die magnetischen Fluida an F oder an F' vertheilen, und zwar ist derselbe äqual dem Producte aus der Intensität des galvanischen Stromes G (mit schicklicher Einheit gemessen) in den körperlichen Winkel, dessen Spitze in O , und der von den aus O nach den Punkten von G gezogenen geraden Linien eingeschlossen ist, oder was dasselbe ist, in denjenigen Theil der mit dem Halbmesser 1 um O beschriebenen Kugelfläche, der die gemeinschaftliche Projection sowohl von F als von F' ist. Liegt hingegen O innerhalb des von F und F' eingeschlossenen Raumes, so sind zwar die beiden Werthe des in Rede stehenden Theils von v , je nachdem man die magnetischen Flüssigkeiten an F oder an F' austheilt, ungleich, weil ihnen verschiedene Theile der erwähnten Kugelfläche entsprechen, und zwar solche, die einander zur ganzen Kugelfläche ergänzen. Allein es müssen dann, weil die Richtung des galvanischen Stroms gegen F und gegen F' entgegengesetzte Lage hat, der Intensität des Stromes, bei der Multiplication in die Kugelflächenstücke, in den beiden Fällen entgegengesetzte Zeichen beigelegt werden. Die Folge davon ist, dass die algebraische Differenz zwischen beiden Werthen

des fraglichen Theils von v äqual wird dem Producte aus der Intensität des Stromes in die ganze Kugelfläche, oder in 4π .

Man schliesst hieraus leicht, dass, wenn O in S'' liegt, der Werth von v von der Wahl der Verbindungsflächen ganz unabhängig bleibt, dass hingegen, wenn O in S' sich befindet, zwar der absolute Werth von v von dieser Wahl abhängt, nicht aber die Differentiale von v .

Übrigens bedarf das hier berührte höchst fruchtbare Theorem, wonach in Beziehung auf die magnetische Wirkung eines linearen galvanischen Stromes das Product der Intensität desselben in das Stück der Kugelfläche, welches durch die Projection der Stromlinie, von O aus, begrenzt wird, dieselbe Bedeutung hat, wie in Beziehung auf Anziehungs- oder Abstossungskräfte die durch den Abstand von O dividirten Massentheile, in seiner Allgemeinheit noch mehrerer nähern Erläuterungen, die auf eine ausführliche Behandlung des Gegenstandes verspart werden müssen.

39.

Der Werth von v , welcher im Allgemeinen eine Function von r , u und λ ist, geht auf der Oberfläche der Erde in eine Function von u und λ allein über, und

$$-\frac{dv}{Rdu}, \quad -\frac{dv}{R\sin u d\lambda}$$

sind die horizontalen Componenten der aus den galvanischen Strömen daselbst hervorgehenden magnetischen Kraft, beziehungsweise nach Norden und Westen gerichtet. Es ist also offenbar, dass die merkwürdigen oben Art. 15 und 16 angeführten Sätze hier gleichfalls gelten. Allein mit der dritten Componente, der verticalen magnetischen Kraft, wird es, wenn die Agentien ihren Sitz oberhalb haben, eine etwas andere Bewandniss haben, als wenn sie im Innern sich befinden. Um die aus jenen entspringende verticale Kraft zu ermitteln, muss zuerst v als Function von r , u und λ zugleich betrachtet, nach r differentiirt, und sodann $r = R$ substituirt werden. Allein für den innern Raum S' , welchem die Erdoberfläche angehört, kann v nur in eine Reihe nach steigenden Potenzen von r entwickelt werden. Setzen wir

$$\frac{v}{R} = p^0 + \frac{r}{R} \cdot p' + \frac{r^2}{R^2} \cdot p'' + \frac{r^3}{R^3} \cdot p''' + \text{u. s. w.}$$

so ist p^0 eine constante Grösse, nemlich der Werth von $\frac{v}{R}$ im Mittelpunkte der

Erde; p' , p'' , p''' u. s. w. hingegen sind Functionen von u und λ , die denselben partiellen Differentialgleichungen wie oben P' , P'' , P''' u. s. w. Genüge leisten. Hieraus folgt, auf ähnliche Art wie oben Art. 20, dass die Kenntniss des Werths von v in jedem Punkt der Erdoberfläche hinreicht, um den allgemeinen für den ganzen Raum S' gültigen Ausdruck daraus abzuleiten; dass man zur Kenntniss jenes Werths mit Ausnahme eines constanten Theils, oder was dasselbe ist, zur Kenntniss der Coëfficienten p' , p'' , p''' u. s. w. schon durch die Kenntniss der horizontalen Kräfte auf der Erdoberfläche gelangen kann; dass aber der Werth der verticalen Kraft auf derselben nicht

$$= 2p' + 3p'' + 4p''' + \text{u. s. w.}$$

ist (wie er sein würde, wenn die Kräfte vom Innern der Erde aus bewirkt werden), sondern

$$= -p' - 2p'' - 3p''' - \text{u. s. w.}$$

Da nun unsere numerischen Elemente (Art. 26), unter Voraussetzung der erstern Formel bestimmt, eine schon sehr befriedigende Darstellung der Gesamtheit der Erscheinungen geben, während diese mit der zweiten Formel ganz und gar unverträglich sein würden, so ist die Unstatthaftigkeit der Hypothese, die die Ursachen des Erdmagnetismus in den Raum ausserhalb der Erde stellt, als erwiesen anzusehen.

40.

Indess darf hiemit die Möglichkeit, dass ein *Theil* der erdmagnetischen Kraft, wenn auch nur ein vergleichungsweise sehr geringer, von oben her erzeugt werde, noch nicht als entschieden widerlegt betrachtet werden. Eine viel vollständigere und viel schärfere Kenntniss der Erscheinungen wird in Zukunft über diesen wichtigen Punkt der Theorie Belehrung geben. Wenn in der Voraussetzung gemischter Ursachen die Zeichen V , P^0 , P' , P'' u. s. w., v , p^0 , p' , p'' in derselben Bedeutung wie oben verstanden werden, so dass die erstern sich auf die aus dem Innern her, die letztern auf die von dem äussern Raume aus wirkenden Ursachen beziehen; wenn ferner

$$V + v = W, \quad P^0 + p^0 = \Pi^0, \quad P' + p' = \Pi', \quad P'' + p'' = \Pi'' \text{ u. s. w.}$$

gesetzt wird, so wird auf der Oberfläche der Erde

$$\frac{W}{R} = \Pi^0 + \Pi' + \Pi'' \text{ u. s. w.}$$

sein, wo Π^n derselben partiellen Differentialgleichung Genüge leistet, wie P^n (Art. 18), und die beiden Componenten der daselbst Statt findenden horizontalen magnetischen Kraft werden durch

$$-\frac{dW}{R du}, \quad -\frac{dW}{R \sin u d\lambda}$$

ausgedrückt werden. Es behalten also auch hier die Art. 15 und 16 angeführten Sätze ihre Gültigkeit, und man kann aus der blossen Kenntniss der horizontalen Kräfte die Grössen Π', Π'', Π''' u. s. w. bestimmen, aber daraus allein über das Vorhandensein gemischter Ursachen gar nichts schliessen. Wird aber die verticale Kraft für sich betrachtet, und in die Form

$$Q^0 + Q' + Q'' + Q''' + \text{ u. s. w.}$$

gebracht, so dass Q^n der vorerwähnten partiellen Differentialgleichung Genüge leistet. so wird

$$Q^0 = P^0, \quad Q' = 2P' - p', \quad Q'' = 3P'' - 2p'', \quad Q''' = 4P''' - 3p'''$$

u. s. w. sein, und folglich

$$\begin{aligned} 3P' &= \Pi' + Q', & 3p' &= 2\Pi' - Q' \\ 5P'' &= 2\Pi'' + Q'', & 5p'' &= 3\Pi'' - Q'' \\ 7P''' &= 3\Pi''' + Q''', & 7p''' &= 4\Pi''' - Q''' \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

Man erhält also durch die Combination der horizontalen Kräfte mit der verticalen das Mittel, W in seine Bestandtheile V und v zu scheiden, und also zu erkennen, ob letzterm ein merklicher Werth beigelegt werden muss. Bloss den constanten Theil von v , nemlich p^0 , lassen die Beobachtungen völlig unbestimmt, wovon der Grund aus dem 38. Art. von selbst klar ist.

Es erscheint daher, auch von diesem interessanten Gesichtspunkte aus, als wichtig, dass die horizontale magnetische Kraft für sich betrachtet werde, und wir sehen darin einen Grund mehr für die oben (Art. 21) empfohlenen Rücksichten.

41.

Zu der im vorhergehenden Artikel angedeuteten Untersuchung wird es wahrscheinlich noch lange an zureichenden Daten fehlen. Es verdient aber bemerkt zu werden, dass die Variationen der magnetischen Kraft, wie sie sich gleichzeitig in den verschiedenen Punkten der Erdoberfläche manifestiren, eine ganz ähnliche Behandlung vertragen, wozu vielleicht schon weit früher nothdürftige Data zusammengebracht werden können: dies gilt sowohl von den regelmässigen nach Tages- und Jahreszeit wechselnden Änderungen, als von den unregelmässigen. Einigen allgemeinen Andeutungen, diese künftigen Untersuchungen betreffend, darf hier wohl noch ein Platz vergönnt sein.

Nachdem man die beobachteten gleichzeitigen Änderungen für jeden Ort in die Form von Änderungen der Componenten der magnetischen Kraft, ΔX , ΔY , ΔZ , gebracht hat, wird man zuvörderst zu untersuchen haben, ob die Änderungen der beiden horizontalen Componenten sich unserer Theorie gemäss verhalten, wonach $-\Delta X$ und $-\sin u \cdot \Delta Y$ die Werthe der partiellen Differentialquotienten einer Function von u und λ nach diesen Veränderlichen sein müssen. Im bejahenden Fall wird man schliessen, dass die Ursachen entweder wirkliche galvanische Ströme sind, oder doch wenigstens auf gleiche Art wie diese, oder wie geschiedene magnetische Flüssigkeiten wirken. Im entgegengesetzten Falle würde erwiesen sein, dass die Ursachen keine galvanischen Ströme sein können. Man sieht, dass schon die Kenntniss solcher Veränderungen der horizontalen Kraft allein (in hinlänglicher Schärfe, Menge und Verbreitung) höchst wichtige Aufschlüsse geben kann. Ist man aber ausserdem noch im Besitz der gleichzeitigen Änderungen der verticalen Kraft, so wird, *unter Voraussetzung jenes erstern Falles*, die Methode des vorhergehenden Artikels Auskunft darüber geben, ob die Ursachen oberhalb oder unterhalb der Erdoberfläche ihre Sitze haben; ja es wird dann, in sofern diese Sitze doch wahrscheinlich in einer vergleichungsweise gegen den ganzen Erdkörper wenig dicken Schicht enthalten sind, auch die Art ihrer Verbreitung wenigstens näherungsweise bestimmbar sein.

Was dagegen den zweiten, oben als möglich erwähnten Fall betrifft, so glaube ich zwar, denselben in Beziehung auf die regelmässigen von Tages- und Jahreszeit abhängenden Änderungen der erdmagnetischen Kraft für wenig wahrscheinlich halten zu dürfen, allein in Beziehung auf die unregelmässigen in kurzen Zeitfristen wechselnden Änderungen würde ich zur Zeit kaum wagen, in die-

ser Hinsicht eine Vermuthung auszusprechen. Sollten dieselben ihre Quelle in grossen Electricitätsbewegungen oberhalb der Atmosphäre haben, so würden diese schwerlich in die Kategorie galvanischer Ströme zu setzen sein. Denn wenn gleich alles dafür spricht, galvanischen Strom für Electricität in Bewegung zu halten, so ist doch nicht jede Bewegung der Electricität galvanischer Strom, sondern nur dann, wenn die Bewegung einen in sich selbst zurückkehrenden Kreislauf bildet. Da nun bloss unter dieser Bedingung die mehrmals erwähnte Substitution geschiedener magnetischer Flüssigkeiten anstatt des galvanischen Stromes verstattet ist, so würden in der erwähnten Hypothese unsre Relationen zwischen den Componenten nicht mehr zutreffen, d. i., der zweite Fall würde wirklich eintreten. Allein theils würde schon eine zur Gewissheit gebrachte Constatirung dieses wichtigen Umstandes an sich von grossem Interesse sein, theils würde es auch dann bei hinlänglich ausgebreiteten und zuverlässigen Beobachtungen nicht ausser unserm Bereich liegen, den Sitz und dem Verhalten solcher Bewegungen auf die Spur zu kommen.

N A C H T R A G.

In der Vergleichungstafel ist, nach dem Abdruck, bei zwei Örtern eine kleine Unrichtigkeit bemerkt, die bei Callao aus einer fehlerhaften Längenangabe in der angeführten Schrift, bei St. Helena durch einen Rechnungsfehler entstanden ist. Ich benutze diese Gelegenheit, um mit der Angabe der Resultate einer verbesserten Rechnung hier noch die Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen an acht andern Örtern zu verbinden, die seitdem zu meiner Kenntniss gekommen sind. [Die Berichtigungen sind bei dem Wiederabdruck berücksichtigt, auch ist zur leichtern Übersicht die Vergleichung der Beobachtungen an jenen acht Orten mit denen an den ursprünglich 91 Orten schon oben zusammengestellt.]

Die Beobachtungen in Stockholm sind von RUDBERG; Intensität und Inclination 1832, Declination 1833 (POGGENDORFF's Annalen Band 37). In Brüssel sind die Beobachtungen vom Jahr 1832; für Declination und Inclination von QUETELET (Bulletins de l'Académie de Bruxelles T. VI), für Intensität von RUDBERG (SABINE's oben [S. 154] angeführte Schrift). Der gefälligen Mittheilung SABINE's verdanke ich die Bestimmungen für die übrigen neuen Örter, so wie für Callao die Bestimmung der Intensität, und eine neuere Beobachtung der Inclination. Die Beobachtungen in Lerwick und Valentia sind 1838 vom Capitaine JAMES ROSS angestellt; die in Port Etches, Panama, und Oahu 1837 vom Capitaine BELCHER, die in Callao 1838 von demselben; endlich in Montreal ist Inclination und Intensität 1838 vom Major ESTCOURT beobachtet, die Declination hingegen ist von 1834, und der Beobachter nicht genannt.

In Beziehung auf die Figurentafel, welche zur Versinnlichung der im 12. Artikel entwickelten Untersuchungen dient, ist hier noch zu bemerken, dass der geschickte Lithograph, Hr. RITTMÜLLER daran einen Versuch gemacht hat, zugleich die ungleiche Intensität auszudrücken, und zwar auf eine doppelte Art, nemlich sowohl durch die verschiedene Stärke der Linien, als durch die ungleiche Schattirung der Zwischenräume.

Bei der verzögerten Vollendung des Drucks des gegenwärtigen Bandes ist es möglich geworden, demselben ausser der Karte für die Werthe von V [s. Art. 30] noch zwei andere beizufügen. Die erste, welche die nach den Elementen oder aus den Tafeln, *berechneten* Werthe der Declinationen darstellt, verdanken die Leser meinem verehrten Freunde, dem Mitherausgeber der *Resultate*. Um die verwickelte Gestaltung des Systems der Linien gleicher Declinationen recht deutlich übersehen zu können, sind die Punkte, wo die Declination einen Maximumwerth hat, so wie diejenigen, wo zwei Linien gleicher Declination einander kreuzen (oder wo eine sich selbst kreuzt), mit besonderer Sorgfalt berechnet; Punkte der ersten Art finden sich zwei, Punkte der zweiten vier: der gemeinschaftliche Charakter solcher Punkte besteht darin, dass daselbst das erste Differential der Declination nach jeder Richtung verschwindet. Übrigens ist überflüssig zu bemerken, dass in solchen Gegenden, wo die Declinationen nach allen Seiten zu sich langsam ändern, wie im südlichen und südöstlichen Asien, geringe Abänderungen in den Werthen der Declinationen schon sehr grosse in der Gestaltung des Liniensystems hervorbringen können.

Fig 1

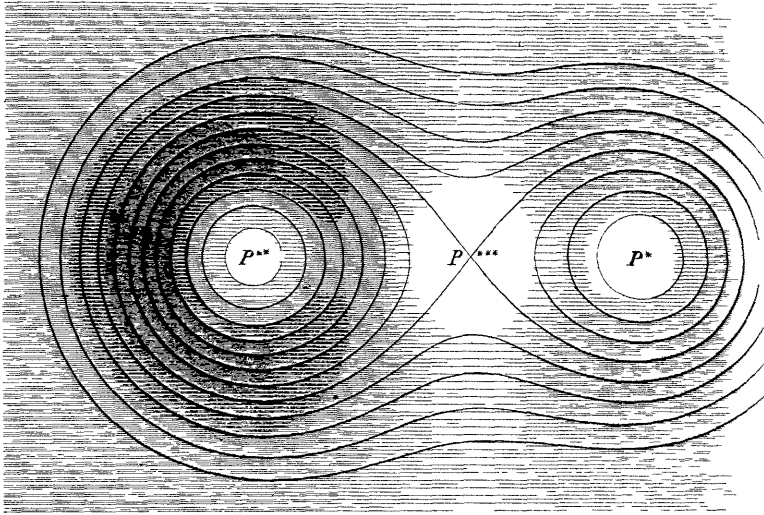
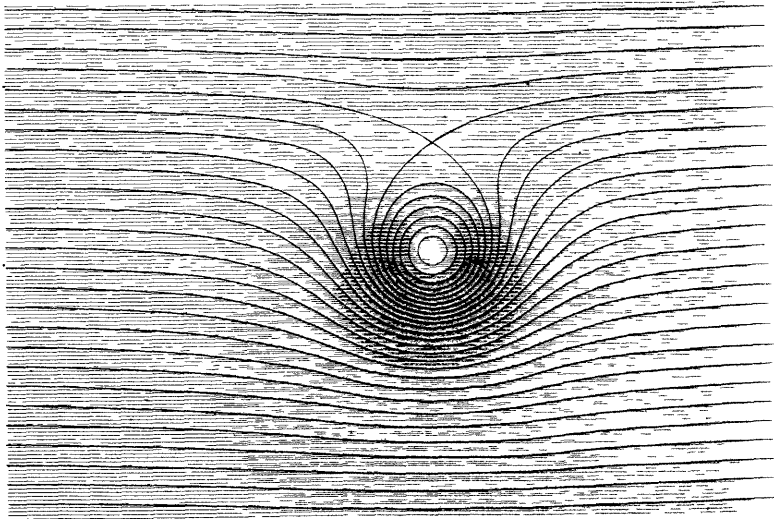


Fig 2.



Ähnliches gilt in Beziehung auf die von Herrn Doctor GOLDSCHMIDT nach den Tafeln construirte Karte für die ganze Intensität, wobei sich zwei Maximumpunkte und ein Kreuzungspunkt in der nordlichen, und ein Maximumpunkt in der südlichen Hemisphäre, imgleichen zwei Minimumpunkte und zwei Kreuzungspunkte in der mittlern Zone ergeben haben.

An ähnlichen, auf die Theorie gegründeten, Karten für die Inclination, die horizontale Intensität, die drei Componenten der erdmagnetischen Kraft, und für diejenige Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten auf der Erdoberfläche, die als Stellvertreterin der wirklichen im Innern gelten kann [s. Art. 32], wird bereits gearbeitet, und wir hoffen, sie dem nächsten Bande der *Resultate* beifügen zu können.

[Alle die hier genannten Karten so wie Tafeln für die von 5 zu 5^o Breite und von 10 zu 10^o Länge berechneten Werthe sowol der in Art. 27 mit $\frac{V}{R}$, X, Y, Z bezeichneten Grössen, als auch der Declination, Inclination, der ganzen und der horizontalen Intensität sind unter dem Titel '*Atlas des Erdmagnetismus nach den Elementen der Theorie entworfen*' als Supplement zu den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins, unter Mitwirkung von C. W. B. GOLDSCHMIDT, von CARL FRIEDRICH GAUSS und WILHELM WEBER in Leipzig 1840 herausgegeben. Da von diesem Atlas zur Zeit noch Exemplare in genügender Anzahl vorhanden sind, so ist dem gegenwärtigen Abdruck der allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus nur die Karte für die Werthe von $\frac{V}{R}$ beigefügt.]

[Ausser den in der Abhandlung angegebenen Vergleichen der Formeln mit den Beobachtungen an 99 Orten sind in den *Resultaten* und in dem genannten *Atlas* noch die hier zusammengestellten Vergleichen für 44 andere Orte mitgetheilt.

Die Angaben für die Insel Zafarine, für Toulon und für den Ort unter 70° 53' N. Breite und 170° Länge finden sich in dem Atlas.

Die übrigen Vergleichen sind von B. GOLDSCHMIDT berechnet und von ihm in Bezug auf die Beobachtungen die weiter unten folgenden Nachweisungen in den *Resultaten* für 1840 und 1841 angegeben:]

| | | Declination | | | | |
|-----|------------------|-------------|---------|-----------|-----------|-----------|
| | | Breite | Länge | Berechn. | Beobacht. | Untersch. |
| 1 | Auf dem Eise | + 70° 53' | 170° 0' | - 16° 47' | - 18° 49' | + 2° 2' |
| 2 | Turuchansk | 65 55 | 87 33 | - 9 19 | - 15 0 | + 5 41 |
| 3 | Drontheim | 63 26 | 10 24 | + 20 17 | + 20 0 | + 0 17 |
| 4 | Viluisk | 62 49 | 119 27 | + 0 37 | + 1 52 | - 1 15 |
| 5 | Bogoslowskoie | 59 45 | 60 7 | - 5 38 | - 9 9 | + 3 31 |
| 6 | Fredriksvarn | 59 0 | 10 4 | + 20 18 | | |
| 7 | Jeniseisk | 58 27 | 92 11 | - 6 33 | - 6 57 | + 0 24 |
| 8 | Kodiack | 57 20 | 207 9 | - 24 38 | - 26 43 | + 2 5 |
| 9 | Copenhagen | 55 41 | 12 34 | + 18 37 | + 17 40 | + 0 57 |
| 10 | Altona | 53 33 | 9 56 | + 20 28 | + 18 43 | + 1 45 |
| 11 | Semipalatinsk | 50 24 | 80 21 | - 6 50 | - 6 43 | - 0 7 |
| 12 | Kremsmünster | 48 3 | 14 8 | + 18 26 | + 15 46 | + 2 40 |
| 13 | Baker's Bay | 46 17 | 235 58 | - 20 46 | - 19 11 | - 1 35 |
| 14 | Fort Vancouver | 45 37 | 237 24 | - 20 8 | - 19 22 | - 0 46 |
| 15 | Toulon | 43 6 | 5 55 | + 22 26 | + 19 6 | + 3 20 |
| 16 | Barcelona | 41 25 | 2 15 | + 23 45 | | |
| 17 | Lissabon | 38 43 | 350 58 | + 26 1 | | |
| 18 | Angra (Terceira) | 38 39 | 332 47 | + 25 17 | + 24 2 | + 1 15 |
| 19 | Port Bodega | 38 18 | 236 58 | - 16 41 | - 15 20 | - 1 21 |
| 20 | Messina | 38 11 | 15 34 | + 19 16 | | |
| 21 | Palermo | 38 7 | 13 21 | + 19 29 | + 16 3 | + 3 26 |
| 22 | Algier | 36 47 | 3 4 | + 23 18 | + 19 25 | + 3 53 |
| 23 | Monterey | 36 36 | 238 7 | - 15 47 | - 14 13 | - 1 34 |
| 24 | Gibraltar | 36 7 | 354 41 | + 24 54 | + 21 40 | + 3 14 |
| 25 | Zafarine (Ins.) | 35 11 | 357 34 | + 24 35 | + 21 7 | + 3 28 |
| 26 | Sta Barbara | 34 24 | 240 19 | - 14 40 | - 13 28 | - 1 12 |
| 27 | San Pedro | 33 43 | 241 45 | - 14 13 | - 13 8 | - 1 5 |
| 28 | San Diego | 32 41 | 242 47 | - 13 42 | - 12 21 | - 1 21 |
| 29 | San Quentin | 30 22 | 244 2 | - 12 53 | - 12 6 | - 0 47 |
| 30 | San Bartolomeo | 27 40 | 245 7 | - 12 1 | - 10 46 | - 1 15 |
| 31 | Magdalena Bay | 24 38 | 247 53 | - 11 5 | - 9 15 | - 1 50 |
| 32 | Mazatlan | 23 11 | 253 36 | - 10 15 | - 9 24 | - 0 51 |
| 33 | San Lucas Bay | 22 52 | 250 7 | - 10 31 | - 8 37 | - 1 54 |
| 34 | San Blas | 21 32 | 254 44 | - 9 55 | - 9 0 | - 0 55 |
| 35 | Socorro Insel | 18 43 | 249 6 | - 9 55 | | |
| 36 | Clarion Insel | 18 21 | 245 19 | - 10 0 | | |
| 37 | Acapulco | 16 50 | 260 5 | - 9 3 | - 8 23 | - 0 40 |
| 38 | Trevandrum | 8 31 | 77 0 | - 3 14 | - 0 44 | + 2 30 |
| 39 | Cocos Insel | + 5 53 | 272 58 | - 8 11 | - 8 24 | + 0 13 |
| 40 | Puna Insel | - 2 47 | 280 5 | - 8 23 | - 8 56 | + 0 33 |
| 41 | Martins Insel | - 8 56 | 220 20 | - 5 27 | | |
| 42 | Bow Insel | - 18 5 | 219 7 | - 5 21 | | |
| 43 | Rio Grande | - 32 2 | 307 40 | - 7 29 | | |
| 44 | | - 67 4 | 147 30 | + 6 20 | - 12 35 | + 18 55 |
| 14 | Sitka | + 57 3 | 224 35 | - 28 45 | - 29 32 | + 0 47 |
| 62 | San Francisco | + 37 49 | 237 35 | - 16 22 | - 15 20 | - 1 2 |
| 62* | Oahu | + 21 17 | 202 0 | - 12 19 | - 10 40 | - 1 39 |
| 72 | Otaheite | - 17 29 | 210 30 | - 5 45 | - 6 30 | + 0 45 |

| | Inclination | | | Intensität | | |
|-----|-------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
| | Berechn. | Beobacht. | Untersch. | Berechn. | Beobacht. | Untersch. |
| 1 | + 79° 27' | + 81° 9' | - 1° 42' | 1.675 | | |
| 2 | 77 20 | 77 46 | - 0 26 | 1.662 | 1.678 | - 0.016 |
| 3 | 74 7 | 74 12 | - 0 5 | 1.483 | 1.415 | + 0.068 |
| 4 | 75 44 | 76 46 | - 1 2 | 1.675 | 1.765 | - 0.090 |
| 5 | 70 45 | 71 36 | - 0 51 | 1.556 | 1.524 | + 0.032 |
| 6 | 71 37 | 72 1 | - 0 24 | 1.450 | 1.436 | + 0.014 |
| 7 | 72 33 | 73 24 | - 0 51 | 1.647 | 1.674 | - 0.027 |
| 8 | 73 22 | 72 43 | + 0 39 | 1.638 | 1.603 | + 0.035 |
| 9 | 68 52 | 70 0 | - 1 8 | 1.419 | 1.372 | + 0.047 |
| 10 | 68 9 | 69 2 | - 0 53 | 1.405 | 1.357 | + 0.048 |
| 11 | 64 44 | 65 18 | - 0 34 | 1.551 | 1.560 | - 0.009 |
| 12 | 63 8 | 64 34 | - 1 26 | 1.348 | 1.339 | + 0.009 |
| 13 | 71 12 | 69 27 | + 1 45 | 1.675 | 1.643 | + 0.032 |
| 14 | 70 56 | 69 22 | + 1 34 | 1.676 | 1.657 | + 0.019 |
| 15 | 61 15 | 62 58 | - 1 43 | 1.320 | | |
| 16 | 61 12 | 62 15 | - 1 3 | 1.324 | 1.288 | + 0.036 |
| 17 | 63 0 | 61 58 | + 1 2 | 1.352 | 1.299 | + 0.053 |
| 18 | 68 34 | 66 50 | + 1 44 | 1.469 | 1.449 | + 0.020 |
| 19 | 64 28 | 62 53 | + 1 35 | 1.588 | 1.563 | + 0.025 |
| 20 | 54 12 | 56 10 | - 1 58 | 1.219 | 1.232 | - 0.013 |
| 21 | 53 54 | 57 16 | - 3 22 | 1.242 | 1.274 | - 0.032 |
| 22 | 56 52 | 57 43 | - 0 51 | 1.267 | 1.272 | - 0.005 |
| 23 | 63 10 | 61 4 | + 2 6 | 1.579 | 1.531 | + 0.048 |
| 24 | 59 35 | 59 40 | - 0 5 | 1.307 | 1.297 | + 0.010 |
| 25 | 57 32 | 58 34 | - 1 2 | 1.283 | | |
| 26 | 61 23 | 58 54 | + 2 29 | 1.559 | 1.501 | + 0.058 |
| 27 | 60 56 | 58 21 | + 2 35 | 1.556 | 1.480 | + 0.076 |
| 28 | 60 7 | 57 6 | + 3 1 | 1.547 | 1.482 | + 0.065 |
| 29 | 57 42 | 54 30 | + 3 12 | 1.514 | 1.461 | + 0.053 |
| 30 | 54 43 | 51 41 | + 3 2 | 1.475 | 1.432 | + 0.043 |
| 31 | 51 24 | 46 34 | + 4 50 | 1.434 | 1.362 | + 0.072 |
| 32 | 50 35 | 46 38 | + 3 57 | 1.429 | 1.370 | + 0.059 |
| 33 | 49 26 | 45 39 | + 3 47 | 1.411 | 1.359 | + 0.052 |
| 34 | 48 35 | 44 33 | + 4 2 | 1.405 | 1.362 | + 0.043 |
| 35 | 43 11 | 40 44 | + 2 27 | 1.331 | 1.307 | + 0.024 |
| 36 | 41 50 | 37 3 | + 4 47 | 1.310 | 1.222 | + 0.088 |
| 37 | + 42 50 | + 37 57 | + 4 53 | 1.335 | 1.316 | + 0.019 |
| 38 | - 7 15 | - 2 50 | - 4 25 | 1.014 | 1.012 | + 0.002 |
| 39 | + 27 46 | + 22 56 | + 4 50 | 1.172 | 1.125 | + 0.047 |
| 40 | + 13 23 | + 9 8 | + 4 15 | 1.062 | 1.024 | + 0.038 |
| 41 | - 12 44 | - 14 6 | + 1 22 | 1.026 | 1.024 | + 0.002 |
| 42 | - 28 46 | - 30 16 | + 1 30 | 1.125 | 1.123 | + 0.002 |
| 43 | - 33 14 | - 30 4 | - 3 10 | 0.997 | 0.967 | + 0.030 |
| 44 | - 85 59 | - 87 30 | + 1 31 | 2.248 | | |
| 14 | + 76 30 | + 75 49 | + 0 41 | 1.697 | 1.704 | - 0.007 |
| 62 | + 64 14 | + 62 6 | + 2 8 | 1.592 | 1.540 | + 0.052 |
| 62* | + 37 36 | + 41 17 | - 3 41 | 1.125 | 1.134 | - 0.009 |
| 72 | - 27 26 | - 30 18 | + 2 52 | 1.113 | 1.133 | - 0.020 |

{Die Beobachtungen in Palermo sind von Dr. SARTORIUS VON WALTERSHAUSEN und Prof. LISTING zu Ende des Jahres 1835 angestellt.

Die Bestimmungen in Gibraltar wie die Inclination und Intensität in Algier sind 1840 auf einer Expedition der Norwegischen Corvette Ornen von den Capitains KONOW und VALEUR ausgeführt und uns von Herrn Professor HANSTEEN mitgetheilt. Die Declination in Algier ist im Jahre 1832 bestimmt und der Description nautique des côtes de l'Algérie par BÉRARD (Paris 1839) entlehnt.

Die Beobachtung in 67° 4' südlicher Breite ist 1840 vom amerikanischen Flottencapitain WILKES angestellt und in den Blättern für literarische Unterhaltung 1841 Nr. 6 mitgetheilt.

Die Beobachtungen in Kodiack, Baker's Bay, Fort Vancouver, Bodega, Monterey, Sta Barbara, San Pedro, San Diego, San Quentin, San Bartolomeo, Magdalena Bay, Mazatlan, San Lucas Bay, San Blas, Acapulco, Cocos Insel, Puna Insel, sind vom Capitaine BELCHER in den Jahren 1837 — 1840 ausgeführt, und von SABINE in einer der königlichen Societät zu London vorgelegten Abhandlung *Contributions to terrestrial Magnetism* veröffentlicht. Auf Socorro, Clarion, Martins und Bow Island sind die Declinationen ebenfalls bestimmt, aber in der SABINE'schen Abhandlung noch nicht mitgetheilt. Um die Unsicherheit zu heben, welche noch rücksichtlich der Intensität auf Otaheite Statt fand, richtete BELCHER seine Rückreise über Otaheite und bestimmte durch vielfache Beobachtungen die Elemente auf Point Venus. Ausser diesem Orte sind auch Sitka, San Francisco, Oahu, wo BELCHER neue Beobachtungen angestellt, schon nach andern Beobachtungen in der ersten Vergleichungstafel aufgenommen.

Die Elemente von Kremsmünster sind von Herrn Professor KOLLER bestimmt. Die Beobachtungen in Trevandrum, vom Director des dortigen magnetischen Observatoriums Herrn CALDECOTT angestellt, sind in einer kleinen Brochüre von SABINE *Observations made at the magnetic observatories of Toronto, Trevandrum and St. Helena during a remarkable magnetic disturbance on the 25th and 26th Sept. 1841* angeführt.

Die Mittheilung der Beobachtungen in Turuchansk, Drontheim, Viluisk, Bogoslawskoie, Fredriksvarn, Jeniseisk, Copenhagen, Altona, Semipalatinsk, Barcelona, Lissabon, Angra, Messina, Rio Grande verdanke ich der Güte des Herrn Professor HANSTEEN.}

H Ü L F S T A F E L N
ZUR BERECHNUNG
DER RICHTUNG UND STÄRKE
DER MAGNETISCHEN KRÄFTE
AUF DER OBERFLÄCHE DER ERDE
AUS DEN ELEMENTEN DER THEORIE.

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON X.

| φ | a° | A' | $\log a'$ | A'' | $\log a''$ | A''' | $\log a'''$ | $A'''' = 142^\circ 26'$ $\log a''''$ |
|-----------|-----------|---------|-----------|----------|------------|----------|-------------|---|
| + 90° | + 0.0 | 292° 9' | 2.07430 | 347° 16' | —∞ | 221° 48' | —∞ | —∞ |
| 89 | 10.3 | 292 4 | 2.07444 | 347 15 | 0.60246 | 221 48 | 8.41399 | 6.04417 |
| 88 | 20.5 | 291 50 | 2.07488 | 347 13 | 0.90273 | 221 50 | 9.01555 | 6.94686 |
| 87 | 30.8 | 291 26 | 2.07563 | 347 8 | 1.07753 | 221 52 | 9.36689 | 7.47447 |
| 86 | 41.2 | 290 52 | 2.07669 | 347 2 | 1.20066 | 221 54 | 9.61559 | 7.84836 |
| 85 | 51.6 | 290 10 | 2.07811 | 346 54 | 1.29525 | 221 58 | 9.80790 | 8.13790 |
| 84 | 62.1 | 289 19 | 2.07990 | 346 44 | 1.37159 | 222 2 | 9.96441 | 8.37399 |
| 83 | 72.8 | 288 20 | 2.08211 | 346 32 | 1.43517 | 222 8 | 0.09612 | 8.57310 |
| 82 | 83.5 | 287 14 | 2.08477 | 346 19 | 1.48927 | 222 14 | 0.20957 | 8.74509 |
| 81 | 94.3 | 286 0 | 2.08791 | 346 3 | 1.53601 | 222 21 | 0.30901 | 8.89629 |
| 80 | 105.3 | 284 41 | 2.09156 | 345 45 | 1.57682 | 222 29 | 0.39732 | 9.03103 |
| 79 | 116.5 | 283 16 | 2.09573 | 345 25 | 1.61273 | 222 37 | 0.47655 | 9.15241 |
| 78 | 127.8 | 281 46 | 2.10046 | 345 3 | 1.64451 | 222 47 | 0.54824 | 9.26271 |
| 77 | 139.3 | 280 13 | 2.10574 | 344 39 | 1.67272 | 222 57 | 0.61353 | 9.36366 |
| 76 | 151.0 | 278 37 | 2.11157 | 344 13 | 1.69780 | 223 9 | 0.67331 | 9.45660 |
| 75 | 162.9 | 276 59 | 2.11794 | 343 43 | 1.72012 | 223 21 | 0.72831 | 9.54260 |
| 74 | 175.0 | 275 20 | 2.12481 | 343 12 | 1.73995 | 223 34 | 0.77908 | 9.62252 |
| 73 | 187.4 | 273 41 | 2.13215 | 342 38 | 1.75753 | 223 49 | 0.82611 | 9.69707 |
| 72 | 199.9 | 272 3 | 2.13991 | 342 1 | 1.77302 | 224 4 | 0.86977 | 9.76682 |
| 71 | 212.6 | 270 25 | 2.14803 | 341 20 | 1.78662 | 224 20 | 0.91040 | 9.83226 |
| 70 | 225.6 | 268 50 | 2.15646 | 340 37 | 1.79844 | 224 38 | 0.94825 | 9.89381 |
| 69 | 238.9 | 267 17 | 2.16512 | 339 51 | 1.80860 | 224 56 | 0.98357 | 9.95181 |
| 68 | 252.3 | 265 46 | 2.17394 | 339 1 | 1.81720 | 225 16 | 1.01656 | 0.00656 |
| 67 | 266.0 | 264 19 | 2.18288 | 338 7 | 1.82433 | 225 37 | 1.04739 | 0.05833 |
| 66 | 279.9 | 262 56 | 2.19183 | 337 9 | 1.83005 | 225 59 | 1.07620 | 0.10734 |
| 65 | 294.0 | 261 36 | 2.20074 | 336 6 | 1.83444 | 226 22 | 1.10314 | 0.15379 |
| 64 | 308.3 | 260 19 | 2.20954 | 334 59 | 1.83756 | 226 47 | 1.12831 | 0.19786 |
| 63 | 322.8 | 259 7 | 2.21816 | 333 48 | 1.83947 | 227 13 | 1.15183 | 0.23969 |
| 62 | 337.6 | 257 58 | 2.22656 | 332 30 | 1.84022 | 227 40 | 1.17377 | 0.27943 |
| 61 | 352.5 | 256 53 | 2.23468 | 331 7 | 1.83986 | 228 9 | 1.19422 | 0.31720 |
| 60 | 367.6 | 255 52 | 2.24246 | 329 38 | 1.83845 | 228 39 | 1.21325 | 0.35311 |
| 59 | 382.9 | 254 55 | 2.24986 | 328 3 | 1.83604 | 229 11 | 1.23093 | 0.38725 |
| 58 | 398.3 | 254 1 | 2.25686 | 326 20 | 1.83270 | 229 45 | 1.24732 | 0.41972 |
| 57 | 413.9 | 253 11 | 2.26339 | 324 29 | 1.82850 | 230 21 | 1.26246 | 0.45059 |
| 56 | 429.6 | 252 24 | 2.26944 | 322 30 | 1.82350 | 230 58 | 1.27641 | 0.47993 |
| 55 | 445.4 | 251 40 | 2.27497 | 320 23 | 1.81779 | 231 37 | 1.28922 | 0.50781 |
| 54 | 461.3 | 250 59 | 2.27996 | 318 6 | 1.81148 | 232 19 | 1.30091 | 0.53428 |
| 53 | 477.2 | 250 21 | 2.28439 | 315 39 | 1.80465 | 233 2 | 1.31152 | 0.55941 |
| 52 | 493.3 | 249 46 | 2.28822 | 313 2 | 1.79747 | 233 48 | 1.32110 | 0.58323 |
| 51 | 509.3 | 249 13 | 2.29145 | 310 14 | 1.79005 | 234 36 | 1.32967 | 0.60579 |
| 50 | 525.4 | 248 43 | 2.29406 | 307 14 | 1.78257 | 235 26 | 1.33726 | 0.62713 |
| 49 | 541.4 | 248 15 | 2.29603 | 304 4 | 1.77522 | 236 19 | 1.34390 | 0.64728 |
| 48 | 557.4 | 247 49 | 2.29734 | 300 42 | 1.76818 | 237 15 | 1.34960 | 0.66628 |
| 47 | 573.4 | 247 25 | 2.29799 | 297 8 | 1.76168 | 238 14 | 1.35441 | 0.68415 |
| 46 | 589.2 | 247 3 | 2.29796 | 293 25 | 1.75593 | 239 16 | 1.35835 | 0.70092 |
| 45 | 605.0 | 246 43 | 2.29724 | 289 31 | 1.75115 | 240 21 | 1.36143 | 0.71661 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON X.

| φ | a° | A' | $\log a'$ | A'' | $\log a''$ | A''' | $\log a'''$ | $A'''' = 142^\circ 26'$ $\log a''''$ |
|-----------|-----------|----------|-----------|----------|------------|----------|-------------|---|
| + 45° | + 605.0 | 246° 43' | 2.29724 | 289° 31' | 1.75115 | 240° 21' | 1.36143 | 0.71661 |
| 44 | 620.7 | 246 24 | 2.29581 | 285 30 | 1.74752 | 241 30 | 1.36369 | 0.73124 |
| 43 | 636.2 | 246 6 | 2.29367 | 281 22 | 1.74521 | 242 43 | 1.36514 | 0.74483 |
| 42 | 651.5 | 245 49 | 2.29080 | 277 9 | 1.74436 | 243 59 | 1.36581 | 0.75740 |
| 41 | 666.6 | 245 34 | 2.28719 | 272 54 | 1.74504 | 245 19 | 1.36574 | 0.76895 |
| 40 | 681.5 | 245 19 | 2.28282 | 268 38 | 1.74726 | 246 44 | 1.36494 | 0.77950 |
| 39 | 696.2 | 245 5 | 2.27770 | 264 24 | 1.75098 | 248 13 | 1.36344 | 0.78905 |
| 38 | 710.6 | 244 52 | 2.27179 | 260 15 | 1.75611 | 249 47 | 1.36129 | 0.79761 |
| 37 | 724.7 | 244 39 | 2.26510 | 256 10 | 1.76251 | 251 26 | 1.35850 | 0.80518 |
| 36 | 738.5 | 244 25 | 2.25760 | 252 13 | 1.77000 | 253 11 | 1.35513 | 0.81176 |
| 35 | 752.0 | 244 12 | 2.24928 | 248 23 | 1.77838 | 255 1 | 1.35122 | 0.81735 |
| 34 | 765.2 | 243 58 | 2.24012 | 244 43 | 1.78746 | 256 57 | 1.34681 | 0.82195 |
| 33 | 777.9 | 243 44 | 2.23010 | 241 11 | 1.79704 | 258 59 | 1.34196 | 0.82555 |
| 32 | 790.3 | 243 28 | 2.21920 | 237 49 | 1.80692 | 261 8 | 1.33672 | 0.82814 |
| 31 | 802.3 | 243 10 | 2.20742 | 234 36 | 1.81694 | 263 23 | 1.33116 | 0.82970 |
| 30 | 813.9 | 242 51 | 2.19471 | 231 32 | 1.82693 | 265 45 | 1.32535 | 0.83023 |
| 29 | 825.0 | 242 30 | 2.18107 | 228 35 | 1.83676 | 268 13 | 1.31937 | 0.82970 |
| 28 | 835.7 | 242 5 | 2.16647 | 225 47 | 1.84632 | 270 49 | 1.31330 | 0.82808 |
| 27 | 845.9 | 241 37 | 2.15089 | 223 6 | 1.85551 | 273 31 | 1.30722 | 0.82536 |
| 26 | 855.7 | 241 4 | 2.13431 | 220 31 | 1.86425 | 276 21 | 1.30123 | 0.82149 |
| 25 | 864.9 | 240 26 | 2.11671 | 218 2 | 1.87248 | 279 17 | 1.29542 | 0.81644 |
| 24 | 873.7 | 239 41 | 2.09807 | 215 38 | 1.88014 | 282 19 | 1.28988 | 0.81017 |
| 23 | 882.0 | 238 49 | 2.07839 | 213 18 | 1.88721 | 285 28 | 1.28470 | 0.80263 |
| 22 | 889.8 | 237 49 | 2.05768 | 211 3 | 1.89364 | 288 42 | 1.27997 | 0.79374 |
| 21 | 897.0 | 236 37 | 2.03595 | 208 51 | 1.89942 | 292 1 | 1.27576 | 0.78345 |
| 20 | 903.8 | 235 13 | 2.01326 | 206 42 | 1.90455 | 295 24 | 1.27214 | 0.77168 |
| 19 | 910.0 | 233 35 | 1.98970 | 204 35 | 1.90900 | 298 50 | 1.26916 | 0.75832 |
| 18 | 915.8 | 231 39 | 1.96540 | 202 30 | 1.91277 | 302 19 | 1.26686 | 0.74327 |
| 17 | 921.0 | 229 23 | 1.94057 | 200 26 | 1.91588 | 305 50 | 1.26524 | 0.72639 |
| 16 | 925.7 | 226 45 | 1.91553 | 198 23 | 1.91832 | 309 21 | 1.26430 | 0.70753 |
| 15 | 929.8 | 223 41 | 1.89072 | 196 21 | 1.92011 | 312 52 | 1.26403 | 0.68650 |
| 14 | 933.5 | 220 9 | 1.86675 | 194 18 | 1.92126 | 316 22 | 1.26438 | 0.66306 |
| 13 | 936.7 | 216 7 | 1.84438 | 192 15 | 1.92179 | 319 51 | 1.26530 | 0.63693 |
| 12 | 939.4 | 211 35 | 1.82457 | 190 12 | 1.92170 | 323 17 | 1.26672 | 0.60776 |
| 11 | 941.6 | 206 34 | 1.80835 | 188 7 | 1.92104 | 326 41 | 1.26859 | 0.57511 |
| 10 | 943.3 | 201 12 | 1.79678 | 186 1 | 1.91982 | 330 1 | 1.27080 | 0.53839 |
| 9 | 944.6 | 195 33 | 1.79064 | 183 53 | 1.91806 | 333 19 | 1.27328 | 0.49686 |
| 8 | 945.4 | 189 50 | 1.79046 | 181 43 | 1.91581 | 336 32 | 1.27595 | 0.44948 |
| 7 | 945.7 | 184 15 | 1.79621 | 179 31 | 1.91309 | 339 43 | 1.27873 | 0.39482 |
| 6 | 945.7 | 178 56 | 1.80737 | 177 16 | 1.90995 | 342 49 | 1.28156 | 0.33075 |
| 5 | 945.2 | 174 3 | 1.82310 | 174 59 | 1.90641 | 345 53 | 1.28435 | 0.25400 |
| 4 | 944.3 | 169 39 | 1.84235 | 172 38 | 1.90253 | 348 54 | 1.28706 | 0.15908 |
| 3 | 943.0 | 165 47 | 1.86409 | 170 15 | 1.89835 | 351 51 | 1.28963 | 0.03568 |
| 2 | 941.4 | 162 26 | 1.88741 | 167 48 | 1.89392 | 354 47 | 1.29201 | 9.86069 |
| 1 | 939.4 | 159 34 | 1.91156 | 165 17 | 1.88929 | 357 40 | 1.29418 | 9.56033 |
| 0 | 937.1 | 157 9 | 1.93596 | 162 43 | 1.88452 | 0 31 | 1.29611 | — ∞ |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON X.

| φ | a° | A' | $\log a'$ | A'' | $\log a''$ | A''' | $\log a'''$ | $A'''' = 322^\circ 26'$ $\log a''''$ |
|-----------|-----------|----------------|-----------|-----------------|------------|---------------|-------------|---|
| 0° | + 937.1 | $157^\circ 9'$ | 1.93596 | $162^\circ 43'$ | 1.88452 | $0^\circ 31'$ | 1.29611 | — ∞ |
| 1 | 934.5 | 155 7 | 1.96018 | 160 6 | 1.87966 | 3 21 | 1.29778 | 9.56033 |
| 2 | 931.5 | 153 26 | 1.98393 | 157 25 | 1.87476 | 6 10 | 1.29918 | 9.86069 |
| 3 | 928.3 | 152 3 | 2.00702 | 154 41 | 1.86989 | 8 58 | 1.30030 | 0.03568 |
| 4 | 924.8 | 150 55 | 2.02930 | 151 54 | 1.86509 | 11 46 | 1.30115 | 0.15908 |
| 5 | 921.0 | 150 0 | 2.05070 | 149 4 | 1.86042 | 14 34 | 1.30175 | 0.25400 |
| 6 | 917.0 | 149 16 | 2.07116 | 146 11 | 1.85592 | 17 22 | 1.30211 | 0.33075 |
| 7 | 912.8 | 148 41 | 2.09068 | 143 17 | 1.85164 | 20 11 | 1.30226 | 0.39482 |
| 8 | 908.4 | 148 14 | 2.10923 | 140 20 | 1.84762 | 23 0 | 1.30223 | 0.44948 |
| 9 | 903.8 | 147 54 | 2.12683 | 137 22 | 1.84388 | 25 51 | 1.30205 | 0.49686 |
| 10 | 899.1 | 147 39 | 2.14348 | 134 23 | 1.84045 | 28 43 | 1.30176 | 0.53839 |
| 11 | 894.1 | 147 28 | 2.15919 | 131 23 | 1.83733 | 31 36 | 1.30140 | 0.57511 |
| 12 | 889.1 | 147 22 | 2.17398 | 128 24 | 1.83452 | 34 30 | 1.30103 | 0.60776 |
| 13 | 883.9 | 147 18 | 2.18785 | 125 25 | 1.83203 | 37 26 | 1.30068 | 0.63693 |
| 14 | 878.6 | 147 16 | 2.20083 | 122 27 | 1.82983 | 40 23 | 1.30041 | 0.66306 |
| 15 | 873.2 | 147 16 | 2.21292 | 119 31 | 1.82790 | 43 21 | 1.30025 | 0.68650 |
| 16 | 867.7 | 147 18 | 2.22413 | 116 36 | 1.82621 | 46 20 | 1.30026 | 0.70753 |
| 17 | 862.1 | 147 19 | 2.23446 | 113 44 | 1.82470 | 49 19 | 1.30047 | 0.72639 |
| 18 | 856.4 | 147 22 | 2.24391 | 110 54 | 1.82335 | 52 19 | 1.30091 | 0.74327 |
| 19 | 850.7 | 147 24 | 2.25250 | 108 7 | 1.82211 | 55 18 | 1.30160 | 0.75832 |
| 20 | 844.9 | 147 25 | 2.26022 | 105 23 | 1.82091 | 58 16 | 1.30258 | 0.77168 |
| 21 | 839.1 | 147 26 | 2.26706 | 102 43 | 1.81971 | 61 14 | 1.30384 | 0.78345 |
| 22 | 833.2 | 147 25 | 2.27302 | 100 5 | 1.81846 | 64 9 | 1.30539 | 0.79374 |
| 23 | 827.3 | 147 23 | 2.27809 | 97 30 | 1.81710 | 67 3 | 1.30722 | 0.80263 |
| 24 | 821.4 | 147 19 | 2.28227 | 94 59 | 1.81560 | 69 54 | 1.30931 | 0.81017 |
| 25 | 815.4 | 147 13 | 2.28554 | 92 31 | 1.81388 | 72 42 | 1.31164 | 0.81644 |
| 26 | 809.3 | 147 4 | 2.28790 | 90 5 | 1.81193 | 75 27 | 1.31417 | 0.82149 |
| 27 | 803.2 | 146 52 | 2.28932 | 87 43 | 1.80968 | 78 8 | 1.31685 | 0.82536 |
| 28 | 797.1 | 146 37 | 2.28978 | 85 23 | 1.80711 | 80 45 | 1.31964 | 0.82808 |
| 29 | 790.9 | 146 18 | 2.28928 | 83 5 | 1.80419 | 83 17 | 1.32249 | 0.82970 |
| 30 | 784.7 | 145 55 | 2.28780 | 80 50 | 1.80087 | 85 45 | 1.32535 | 0.83023 |
| 31 | 778.5 | 145 27 | 2.28530 | 78 36 | 1.79714 | 88 7 | 1.32816 | 0.82970 |
| 32 | 772.1 | 144 54 | 2.28177 | 76 25 | 1.79296 | 90 25 | 1.33087 | 0.82814 |
| 33 | 765.7 | 144 15 | 2.27720 | 74 14 | 1.78834 | 92 38 | 1.33340 | 0.82555 |
| 34 | 759.3 | 143 30 | 2.27156 | 72 5 | 1.78323 | 94 46 | 1.33572 | 0.82195 |
| 35 | 752.7 | 142 37 | 2.26483 | 69 57 | 1.77765 | 96 49 | 1.33776 | 0.81735 |
| 36 | 746.1 | 141 36 | 2.25701 | 67 49 | 1.77157 | 98 46 | 1.33947 | 0.81176 |
| 37 | 739.3 | 140 25 | 2.24809 | 65 42 | 1.76499 | 100 39 | 1.34081 | 0.80518 |
| 38 | 732.5 | 139 4 | 2.23808 | 63 35 | 1.75791 | 102 27 | 1.34172 | 0.79761 |
| 39 | 725.5 | 137 30 | 2.22701 | 61 27 | 1.75034 | 104 10 | 1.34215 | 0.78905 |
| 40 | 718.4 | 135 43 | 2.21492 | 59 19 | 1.74228 | 105 49 | 1.34208 | 0.77950 |
| 41 | 711.1 | 133 40 | 2.20190 | 57 10 | 1.73373 | 107 24 | 1.34145 | 0.76895 |
| 42 | 703.7 | 131 20 | 2.18809 | 55 0 | 1.72472 | 108 54 | 1.34022 | 0.75740 |
| 43 | 696.0 | 128 39 | 2.17367 | 52 49 | 1.71526 | 110 20 | 1.33836 | 0.74483 |
| 44 | 688.2 | 125 37 | 2.15891 | 50 37 | 1.70537 | 111 42 | 1.33584 | 0.73124 |
| 45 | 680.2 | 122 10 | 2.14420 | 48 23 | 1.69506 | 113 0 | 1.33262 | 0.71661 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON X.

| φ | a° | A' | $\log a'$ | A'' | $\log a''$ | A''' | $\log a'''$ | $A'''' = 322^\circ 20'$ $\log a''''$ |
|-----------|-----------|----------|-----------|---------|------------|---------|-------------|---|
| - 45° | + 680.2 | 122° 10' | 2.14420 | 48° 23' | 1.69506 | 113° 0' | 1.33262 | 0.71661 |
| 46 | 672.0 | 118 16 | 2.13005 | 46 7 | 1.68438 | 114 15 | 1.32867 | 0.70092 |
| 47 | 663.5 | 113 56 | 2.11708 | 43 49 | 1.67335 | 115 26 | 1.32395 | 0.68415 |
| 48 | 654.8 | 109 7 | 2.10605 | 41 29 | 1.66199 | 116 34 | 1.31844 | 0.66626 |
| 49 | 645.9 | 103 53 | 2.09781 | 39 7 | 1.65036 | 117 39 | 1.31210 | 0.64728 |
| 50 | 636.7 | 98 16 | 2.09320 | 36 42 | 1.63848 | 118 40 | 1.30491 | 0.62713 |
| 51 | 627.2 | 92 24 | 2.09289 | 34 16 | 1.62640 | 119 39 | 1.29681 | 0.60579 |
| 52 | 617.3 | 86 25 | 2.09739 | 31 47 | 1.61415 | 120 35 | 1.28780 | 0.58323 |
| 53 | 607.2 | 80 27 | 2.10679 | 29 17 | 1.60177 | 121 28 | 1.27783 | 0.55941 |
| 54 | 596.8 | 74 40 | 2.12081 | 26 45 | 1.58929 | 122 19 | 1.26686 | 0.53428 |
| 55 | 586.0 | 69 11 | 2.13887 | 24 11 | 1.57675 | 123 7 | 1.25486 | 0.50781 |
| 56 | 574.9 | 64 5 | 2.16018 | 21 37 | 1.56417 | 123 53 | 1.24178 | 0.47993 |
| 57 | 563.5 | 59 25 | 2.18391 | 19 2 | 1.55158 | 124 37 | 1.22759 | 0.45059 |
| 58 | 551.7 | 55 12 | 2.20923 | 16 26 | 1.53898 | 125 19 | 1.21223 | 0.41972 |
| 59 | 539.6 | 51 25 | 2.23544 | 13 51 | 1.52638 | 125 59 | 1.19566 | 0.38725 |
| 60 | 527.0 | 48 4 | 2.26198 | 11 17 | 1.51376 | 126 36 | 1.17782 | 0.35311 |
| 61 | 514.1 | 45 4 | 2.28840 | 8 44 | 1.50111 | 127 12 | 1.15865 | 0.31720 |
| 62 | 500.9 | 42 26 | 2.31436 | 6 13 | 1.48839 | 127 46 | 1.13808 | 0.27943 |
| 63 | 487.2 | 40 5 | 2.33963 | 3 45 | 1.47556 | 128 19 | 1.11603 | 0.23969 |
| 64 | 473.2 | 38 1 | 2.36405 | 1 20 | 1.46254 | 128 49 | 1.09244 | 0.19786 |
| 65 | 458.8 | 36 10 | 2.38751 | 358 58 | 1.44928 | 129 18 | 1.06719 | 0.15379 |
| 66 | 444.0 | 34 32 | 2.40996 | 356 40 | 1.43567 | 129 46 | 1.04019 | 0.10734 |
| 67 | 428.9 | 33 5 | 2.43134 | 354 27 | 1.42163 | 130 12 | 1.01132 | 0.05833 |
| 68 | 413.3 | 31 47 | 2.45165 | 352 19 | 1.40704 | 130 36 | 0.98045 | 0.00656 |
| 69 | 397.4 | 30 37 | 2.47088 | 350 15 | 1.39176 | 130 59 | 0.94743 | 9.95181 |
| 70 | 381.2 | 29 35 | 2.48904 | 348 18 | 1.37567 | 131 21 | 0.91208 | 9.89381 |
| 71 | 364.6 | 28 40 | 2.50615 | 346 25 | 1.35860 | 131 42 | 0.87421 | 9.83226 |
| 72 | 347.6 | 27 50 | 2.52223 | 344 39 | 1.34039 | 132 1 | 0.83357 | 9.76682 |
| 73 | 330.3 | 27 5 | 2.53729 | 342 59 | 1.32084 | 132 19 | 0.78990 | 9.69707 |
| 74 | 312.7 | 26 25 | 2.55136 | 341 25 | 1.29975 | 132 36 | 0.74286 | 9.62252 |
| 75 | 294.8 | 25 49 | 2.56447 | 339 56 | 1.27687 | 132 52 | 0.69208 | 9.54260 |
| 76 | 276.6 | 25 17 | 2.57662 | 338 34 | 1.25192 | 133 7 | 0.63709 | 9.45660 |
| 77 | 258.1 | 24 48 | 2.58784 | 337 18 | 1.22457 | 133 20 | 0.57730 | 9.36366 |
| 78 | 239.3 | 24 23 | 2.59816 | 336 8 | 1.19443 | 133 32 | 0.51202 | 9.26271 |
| 79 | 220.3 | 24 0 | 2.60758 | 335 4 | 1.16100 | 133 44 | 0.44034 | 9.15241 |
| 80 | 201.0 | 23 40 | 2.61613 | 334 5 | 1.12370 | 133 54 | 0.36110 | 9.03103 |
| 81 | 181.6 | 23 22 | 2.62382 | 333 13 | 1.08172 | 134 3 | 0.27280 | 8.89629 |
| 82 | 161.9 | 23 7 | 2.63067 | 332 26 | 1.03401 | 134 11 | 0.17337 | 8.74509 |
| 83 | 142.1 | 22 53 | 2.63668 | 331 45 | 0.97911 | 134 19 | 0.05992 | 8.57310 |
| 84 | 122.1 | 22 42 | 2.64187 | 331 10 | 0.91487 | 134 25 | 9.92822 | 8.37399 |
| 85 | 101.9 | 22 32 | 2.64624 | 330 40 | 0.83802 | 134 30 | 9.77171 | 8.13790 |
| 86 | 81.7 | 22 25 | 2.64981 | 330 16 | 0.74302 | 134 34 | 9.57941 | 7.84836 |
| 87 | 61.3 | 22 19 | 2.65258 | 329 57 | 0.61958 | 134 38 | 9.33071 | 7.47447 |
| 88 | 40.9 | 22 15 | 2.65456 | 329 44 | 0.44456 | 134 40 | 8.99793 | 6.94686 |
| 89 | 20.5 | 22 12 | 2.65574 | 329 35 | 0.14417 | 134 41 | 8.37781 | 6.04417 |
| 90 | 0 | 22 11 | 2.65614 | 329 33 | — 00 | 134 42 | — 00 | — 00 |

TAFEL ZUB BERECHNUNG DER WERTHE VON Y.

| φ | B' | $\log b'$ | B'' | $\log b''$ | B''' | $\log b'''$ | $B'''' = 232^\circ 26'$ $\log b''''$ |
|-----------|--------|-----------|---------|------------|----------|-------------|---|
| + 90° | 22° 9' | 2.07430 | 77° 16' | —∞ | 311° 48' | —∞ | —∞ |
| 89 | 22 7 | 2.07437 | 77 16 | 0.60263 | 311 48 | 8.41408 | 6.04423 |
| 88 | 22 2 | 2.07458 | 77 15 | 0.90333 | 311 49 | 9.01591 | 6.94713 |
| 87 | 21 54 | 2.07493 | 77 12 | 1.07889 | 311 50 | 9.36770 | 7.47507 |
| 86 | 21 43 | 2.07543 | 77 9 | 1.20311 | 311 52 | 9.61702 | 7.84942 |
| 85 | 21 29 | 2.07607 | 77 5 | 1.29903 | 311 54 | 9.81013 | 8.13956 |
| 84 | 21 11 | 2.07686 | 77 0 | 1.37704 | 311 57 | 9.96763 | 8.37637 |
| 83 | 20 51 | 2.07781 | 76 55 | 1.44260 | 312 0 | 0.10050 | 8.57635 |
| 82 | 20 28 | 2.07891 | 76 48 | 1.49899 | 312 3 | 0.21530 | 8.74933 |
| 81 | 20 2 | 2.08017 | 76 40 | 1.54833 | 312 8 | 0.31627 | 8.90167 |
| 80 | 19 33 | 2.08160 | 76 32 | 1.59206 | 312 12 | 0.40629 | 9.03768 |
| 79 | 19 2 | 2.08320 | 76 22 | 1.63121 | 312 17 | 0.48742 | 9.16047 |
| 78 | 18 28 | 2.08498 | 76 12 | 1.66655 | 312 23 | 0.56119 | 9.27231 |
| 77 | 17 52 | 2.08693 | 76 0 | 1.69865 | 312 29 | 0.62875 | 9.37493 |
| 76 | 17 14 | 2.08906 | 75 48 | 1.72795 | 312 36 | 0.69100 | 9.46969 |
| 75 | 16 34 | 2.09138 | 75 35 | 1.75483 | 312 43 | 0.74864 | 9.55766 |
| 74 | 15 52 | 2.09388 | 75 20 | 1.77955 | 312 50 | 0.80226 | 9.63968 |
| 73 | 15 9 | 2.09658 | 75 5 | 1.80237 | 312 59 | 0.85232 | 9.71647 |
| 72 | 14 24 | 2.09945 | 74 49 | 1.82347 | 313 7 | 0.89922 | 9.78862 |
| 71 | 13 37 | 2.10252 | 74 31 | 1.84301 | 313 17 | 0.94327 | 9.85659 |
| 70 | 12 50 | 2.10577 | 74 13 | 1.86114 | 313 26 | 0.98476 | 9.92082 |
| 69 | 12 2 | 2.10920 | 73 53 | 1.87798 | 313 37 | 1.02392 | 9.98166 |
| 68 | 11 13 | 2.11280 | 73 32 | 1.89362 | 313 48 | 1.06095 | 0.03940 |
| 67 | 10 24 | 2.11658 | 73 11 | 1.90815 | 313 59 | 1.09603 | 0.09430 |
| 66 | 9 34 | 2.12052 | 72 48 | 1.92165 | 314 11 | 1.12930 | 0.14661 |
| 65 | 8 44 | 2.12461 | 72 24 | 1.93420 | 314 23 | 1.16091 | 0.19651 |
| 64 | 7 55 | 2.12885 | 71 58 | 1.94584 | 314 37 | 1.19098 | 0.24419 |
| 63 | 7 5 | 2.13322 | 71 32 | 1.95663 | 314 50 | 1.21961 | 0.28981 |
| 62 | 6 15 | 2.13772 | 71 4 | 1.96663 | 315 5 | 1.24689 | 0.33350 |
| 61 | 5 26 | 2.14232 | 70 35 | 1.97587 | 315 20 | 1.27290 | 0.37538 |
| 60 | 4 38 | 2.14703 | 70 4 | 1.98440 | 315 35 | 1.29773 | 0.41558 |
| 59 | 3 50 | 2.15183 | 69 33 | 1.99224 | 315 51 | 1.32144 | 0.45419 |
| 58 | 3 3 | 2.15669 | 69 0 | 1.99944 | 316 8 | 1.34409 | 0.49130 |
| 57 | 2 17 | 2.16162 | 68 25 | 2.00602 | 316 26 | 1.36574 | 0.52700 |
| 56 | 1 32 | 2.16659 | 67 49 | 2.01200 | 316 44 | 1.38644 | 0.56135 |
| 55 | 0 48 | 2.17159 | 67 12 | 2.01743 | 317 3 | 1.40624 | 0.59444 |
| 54 | 0 5 | 2.17661 | 66 33 | 2.02232 | 317 22 | 1.42517 | 0.62633 |
| 53 | 359 23 | 2.18164 | 65 52 | 2.02669 | 317 42 | 1.44329 | 0.65706 |
| 52 | 358 43 | 2.18666 | 65 10 | 2.03056 | 318 3 | 1.46062 | 0.68669 |
| 51 | 358 3 | 2.19166 | 64 26 | 2.03396 | 318 25 | 1.47720 | 0.71528 |
| 50 | 357 25 | 2.19662 | 63 41 | 2.03690 | 318 47 | 1.49306 | 0.74287 |
| 49 | 356 49 | 2.20155 | 62 54 | 2.03941 | 319 10 | 1.50823 | 0.76950 |
| 48 | 356 13 | 2.20641 | 62 5 | 2.04151 | 319 34 | 1.52274 | 0.79520 |
| 47 | 355 39 | 2.21121 | 61 14 | 2.04320 | 319 58 | 1.53661 | 0.82002 |
| 46 | 355 6 | 2.21593 | 60 22 | 2.04451 | 320 24 | 1.54987 | 0.84398 |
| 45 | 354 34 | 2.22057 | 59 27 | 2.04545 | 320 50 | 1.56254 | 0.86712 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON Y .

| φ | B' | $\log b'$ | B'' | $\log b''$ | B''' | $\log b'''$ | $B'''' = 232^\circ 26'$ $\log b''''$ |
|----------------|----------|-----------|---------|------------|----------|-------------|---|
| $\pm 45^\circ$ | 354° 34' | 2.22057 | 59° 27' | 2.04545 | 320° 50' | 1.56254 | 0.86712 |
| 44 | 354 4 | 2.22512 | 58 31 | 2.04605 | 321 17 | 1.57464 | 0.88947 |
| 43 | 353 35 | 2.22956 | 57 33 | 2.04632 | 321 44 | 1.58619 | 0.91105 |
| 42 | 353 7 | 2.23389 | 56 33 | 2.04627 | 322 13 | 1.59721 | 0.93189 |
| 41 | 352 40 | 2.23811 | 55 30 | 2.04592 | 322 42 | 1.60771 | 0.95201 |
| 40 | 352 14 | 2.24221 | 54 26 | 2.04530 | 323 13 | 1.61772 | 0.97143 |
| 39 | 351 50 | 2.24618 | 53 20 | 2.04441 | 323 44 | 1.62725 | 0.99018 |
| 38 | 351 26 | 2.25002 | 52 12 | 2.04328 | 324 16 | 1.63631 | 1.00827 |
| 37 | 351 4 | 2.25372 | 51 1 | 2.04191 | 324 49 | 1.64493 | 1.02571 |
| 36 | 350 43 | 2.25728 | 49 49 | 2.04034 | 325 23 | 1.65311 | 1.04254 |
| 35 | 350 22 | 2.26071 | 48 34 | 2.03857 | 325 57 | 1.66087 | 1.05876 |
| 34 | 350 3 | 2.26398 | 47 17 | 2.03662 | 326 33 | 1.66822 | 1.07439 |
| 33 | 349 44 | 2.26711 | 45 28 | 2.03452 | 327 9 | 1.67518 | 1.08944 |
| 32 | 349 27 | 2.27009 | 44 37 | 2.03228 | 327 47 | 1.68175 | 1.10393 |
| 31 | 349 10 | 2.27292 | 43 14 | 2.02991 | 328 25 | 1.68796 | 1.11786 |
| 30 | 348 54 | 2.27560 | 41 49 | 2.02744 | 329 5 | 1.69380 | 1.13126 |
| 29 | 348 38 | 2.27813 | 40 22 | 2.02488 | 329 45 | 1.69930 | 1.14413 |
| 28 | 348 23 | 2.28052 | 38 53 | 2.02226 | 330 27 | 1.70446 | 1.15647 |
| 27 | 348 9 | 2.28275 | 37 22 | 2.01958 | 331 9 | 1.70930 | 1.16831 |
| 26 | 347 55 | 2.28483 | 35 50 | 2.01686 | 331 52 | 1.71382 | 1.17965 |
| 25 | 347 41 | 2.28677 | 34 15 | 2.01413 | 332 37 | 1.71804 | 1.19050 |
| 24 | 347 28 | 2.28856 | 32 39 | 2.01139 | 333 22 | 1.72197 | 1.20086 |
| 23 | 347 15 | 2.29021 | 31 1 | 2.00866 | 334 8 | 1.72561 | 1.21075 |
| 22 | 347 3 | 2.29171 | 29 22 | 2.00595 | 334 56 | 1.72898 | 1.22017 |
| 21 | 346 50 | 2.29309 | 27 41 | 2.00328 | 335 44 | 1.73208 | 1.22912 |
| 20 | 346 38 | 2.29433 | 26 0 | 2.00065 | 336 33 | 1.73493 | 1.23763 |
| 19 | 346 26 | 2.29544 | 24 17 | 1.99808 | 337 23 | 1.73754 | 1.24568 |
| 18 | 346 14 | 2.29642 | 22 33 | 1.99557 | 338 14 | 1.73991 | 1.25329 |
| 17 | 346 2 | 2.29728 | 20 48 | 1.99313 | 339 6 | 1.74206 | 1.26046 |
| 16 | 345 49 | 2.29802 | 19 3 | 1.99077 | 339 59 | 1.74399 | 1.26719 |
| 15 | 345 36 | 2.29865 | 17 17 | 1.98848 | 340 53 | 1.74570 | 1.27370 |
| 14 | 345 23 | 2.29917 | 15 31 | 1.98626 | 341 48 | 1.74722 | 1.27938 |
| 13 | 345 10 | 2.29958 | 13 44 | 1.98413 | 342 43 | 1.74855 | 1.28484 |
| 12 | 344 56 | 2.29990 | 11 57 | 1.98207 | 343 40 | 1.74969 | 1.28988 |
| 11 | 344 42 | 2.30014 | 10 11 | 1.98007 | 344 37 | 1.75065 | 1.29451 |
| 10 | 344 27 | 2.30028 | 8 24 | 1.97815 | 345 35 | 1.75145 | 1.29872 |
| 9 | 344 11 | 2.30035 | 6 38 | 1.97629 | 346 33 | 1.75208 | 1.30253 |
| 8 | 343 55 | 2.30035 | 4 52 | 1.97446 | 347 32 | 1.75255 | 1.30593 |
| 7 | 343 37 | 2.30029 | 3 7 | 1.97268 | 348 32 | 1.75287 | 1.30892 |
| 6 | 343 19 | 2.30018 | 1 22 | 1.97092 | 349 33 | 1.75305 | 1.31151 |
| 5 | 343 0 | 2.30002 | 359 37 | 1.96919 | 350 34 | 1.75309 | 1.31370 |
| 4 | 342 40 | 2.29983 | 357 54 | 1.96746 | 351 35 | 1.75299 | 1.31549 |
| 3 | 342 18 | 2.29961 | 356 11 | 1.96573 | 352 37 | 1.75276 | 1.31688 |
| 2 | 341 56 | 2.29938 | 354 29 | 1.96397 | 353 39 | 1.75241 | 1.31788 |
| 1 | 341 32 | 2.29914 | 352 48 | 1.96218 | 354 42 | 1.75193 | 1.31847 |
| 0 | 341 7 | 2.29890 | 351 8 | 1.96035 | 355 45 | 1.75132 | 1.31867 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON Y .

| φ | B' | $\log b'$ | B'' | $\log b''$ | B''' | $\log b'''$ | $B'''' = 232^\circ 26'$ $\log b''''$ |
|-----------|---------|-----------|---------|------------|----------|-------------|---|
| 0° | 341° 7' | 2.29890 | 351° 8' | 1.96035 | 355° 45' | 1.75132 | 1.31867 |
| 1 | 340 40 | 2.29869 | 349 29 | 1.95846 | 356 47 | 1.75060 | 1.31847 |
| 2 | 340 12 | 2.29850 | 347 50 | 1.95649 | 357 51 | 1.74976 | 1.31788 |
| 3 | 339 42 | 2.29836 | 346 13 | 1.95444 | 358 54 | 1.74880 | 1.31688 |
| 4 | 339 11 | 2.29827 | 344 36 | 1.95228 | 359 57 | 1.74772 | 1.31549 |
| 5 | 338 38 | 2.29824 | 343 1 | 1.95002 | 1 0 | 1.74652 | 1.31370 |
| 6 | 338 3 | 2.29830 | 341 26 | 1.94764 | 2 3 | 1.74520 | 1.31151 |
| 7 | 337 27 | 2.29846 | 339 53 | 1.94512 | 3 6 | 1.74376 | 1.30892 |
| 8 | 336 49 | 2.29873 | 338 20 | 1.94246 | 4 9 | 1.74219 | 1.30593 |
| 9 | 336 10 | 2.29912 | 336 47 | 1.93964 | 5 11 | 1.74049 | 1.30253 |
| 10 | 335 29 | 2.29965 | 335 16 | 1.93667 | 6 13 | 1.73867 | 1.29872 |
| 11 | 334 46 | 2.30033 | 333 45 | 1.93352 | 7 14 | 1.73670 | 1.29451 |
| 12 | 334 1 | 2.30118 | 332 14 | 1.93020 | 8 15 | 1.73460 | 1.28988 |
| 13 | 333 15 | 2.30222 | 330 45 | 1.92669 | 9 16 | 1.73234 | 1.28484 |
| 14 | 332 27 | 2.30345 | 329 15 | 1.92299 | 10 16 | 1.72994 | 1.27938 |
| 15 | 331 37 | 2.30489 | 327 47 | 1.91910 | 11 15 | 1.72737 | 1.27350 |
| 16 | 330 47 | 2.30655 | 326 18 | 1.91501 | 12 14 | 1.72464 | 1.26719 |
| 17 | 329 54 | 2.30845 | 324 50 | 1.91071 | 13 12 | 1.72174 | 1.26046 |
| 18 | 329 1 | 2.31059 | 323 22 | 1.90621 | 14 9 | 1.71865 | 1.25329 |
| 19 | 328 6 | 2.31298 | 321 54 | 1.90150 | 15 6 | 1.71537 | 1.24568 |
| 20 | 327 11 | 2.31564 | 320 26 | 1.89658 | 16 1 | 1.71189 | 1.23763 |
| 21 | 326 14 | 2.31856 | 318 58 | 1.89145 | 16 56 | 1.70820 | 1.22912 |
| 22 | 325 16 | 2.32176 | 317 30 | 1.88612 | 17 50 | 1.70430 | 1.22017 |
| 23 | 324 18 | 2.32523 | 316 2 | 1.88057 | 18 43 | 1.70017 | 1.21075 |
| 24 | 323 20 | 2.32899 | 314 34 | 1.87483 | 19 35 | 1.69580 | 1.20086 |
| 25 | 322 21 | 2.33302 | 313 5 | 1.86887 | 20 27 | 1.69118 | 1.19050 |
| 26 | 321 22 | 2.33733 | 311 37 | 1.86272 | 21 17 | 1.68630 | 1.17965 |
| 27 | 320 22 | 2.34191 | 310 8 | 1.85637 | 22 6 | 1.68115 | 1.16831 |
| 28 | 319 23 | 2.34675 | 308 38 | 1.84983 | 22 54 | 1.67572 | 1.15647 |
| 29 | 318 24 | 2.35186 | 307 8 | 1.84311 | 23 42 | 1.67000 | 1.14413 |
| 30 | 317 25 | 2.35722 | 305 38 | 1.83621 | 24 28 | 1.66398 | 1.13126 |
| 31 | 316 27 | 2.36281 | 304 7 | 1.82913 | 25 13 | 1.65763 | 1.11787 |
| 32 | 315 30 | 2.36863 | 302 35 | 1.82188 | 25 58 | 1.65096 | 1.10393 |
| 33 | 314 33 | 2.37467 | 301 3 | 1.81447 | 26 41 | 1.64395 | 1.08944 |
| 34 | 313 37 | 2.38091 | 299 31 | 1.80690 | 27 23 | 1.63658 | 1.07439 |
| 35 | 312 42 | 2.38733 | 297 58 | 1.79919 | 28 4 | 1.62884 | 1.05876 |
| 36 | 311 48 | 2.39392 | 296 25 | 1.79134 | 28 45 | 1.62072 | 1.04254 |
| 37 | 310 56 | 2.40066 | 294 51 | 1.78335 | 29 24 | 1.61220 | 1.02571 |
| 38 | 310 4 | 2.40754 | 293 16 | 1.77524 | 30 2 | 1.60327 | 1.00827 |
| 39 | 309 14 | 2.41454 | 291 41 | 1.76701 | 30 40 | 1.59391 | 0.99018 |
| 40 | 308 25 | 2.42163 | 290 6 | 1.75866 | 31 16 | 1.58411 | 0.97143 |
| 41 | 307 37 | 2.42882 | 288 31 | 1.75020 | 31 51 | 1.57385 | 0.95201 |
| 42 | 306 51 | 2.43606 | 286 55 | 1.74163 | 32 26 | 1.56312 | 0.93189 |
| 43 | 306 6 | 2.44336 | 285 19 | 1.73297 | 32 59 | 1.55188 | 0.91105 |
| 44 | 305 23 | 2.45069 | 283 43 | 1.72420 | 33 31 | 1.54014 | 0.88947 |
| 45 | 304 41 | 2.45804 | 282 7 | 1.71533 | 34 3 | 1.52785 | 0.86712 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON Y .

| φ | B' | $\log b'$ | B'' | $\log b''$ | B''' | $\log b'''$ | $B'''' = 232^\circ 26'$ $\log b''''$ |
|-----------|----------|-----------|---------|------------|--------|-------------|---|
| — 45° | 304° 41' | 2.45804 | 282° 7' | 1.71533 | 34° 3' | 1.52785 | 0.86712 |
| 46 | 304 1 | 2.46539 | 280 31 | 1.70636 | 34 34 | 1.51502 | 0.84398 |
| 47 | 303 22 | 2.47272 | 278 56 | 1.69729 | 35 3 | 1.50161 | 0.82002 |
| 48 | 302 44 | 2.48003 | 277 21 | 1.68810 | 35 32 | 1.48759 | 0.79520 |
| 49 | 302 8 | 2.48730 | 275 47 | 1.67880 | 36 0 | 1.47296 | 0.76950 |
| 50 | 301 33 | 2.49451 | 274 13 | 1.66937 | 36 27 | 1.45767 | 0.74287 |
| 51 | 301 0 | 2.50166 | 272 40 | 1.65981 | 36 54 | 1.44170 | 0.71528 |
| 52 | 300 28 | 2.50873 | 271 8 | 1.65009 | 37 19 | 1.42502 | 0.68669 |
| 53 | 299 57 | 2.51571 | 269 37 | 1.64021 | 37 44 | 1.40761 | 0.65706 |
| 54 | 299 28 | 2.52260 | 268 7 | 1.63013 | 38 7 | 1.38942 | 0.62633 |
| 55 | 299 0 | 2.52937 | 266 39 | 1.61985 | 38 30 | 1.37041 | 0.59444 |
| 56 | 298 33 | 2.53603 | 265 12 | 1.60933 | 38 53 | 1.35055 | 0.56135 |
| 57 | 298 7 | 2.54256 | 263 47 | 1.59855 | 39 14 | 1.32980 | 0.52700 |
| 58 | 297 43 | 2.54895 | 262 23 | 1.58747 | 39 35 | 1.30810 | 0.49130 |
| 59 | 297 20 | 2.55521 | 261 2 | 1.57607 | 39 54 | 1.28541 | 0.45419 |
| 60 | 296 57 | 2.56131 | 259 42 | 1.56430 | 40 14 | 1.26166 | 0.41558 |
| 61 | 296 36 | 2.56727 | 258 25 | 1.55212 | 40 32 | 1.23680 | 0.37538 |
| 62 | 296 16 | 2.57306 | 257 9 | 1.53949 | 40 50 | 1.21076 | 0.33350 |
| 63 | 295 57 | 2.57868 | 255 56 | 1.52635 | 41 6 | 1.18346 | 0.28981 |
| 64 | 295 39 | 2.58413 | 254 46 | 1.51265 | 41 23 | 1.15481 | 0.24419 |
| 65 | 295 22 | 2.58941 | 253 37 | 1.49834 | 41 38 | 1.12473 | 0.19651 |
| 66 | 295 5 | 2.59451 | 252 31 | 1.48335 | 41 53 | 1.09311 | 0.14661 |
| 67 | 294 50 | 2.59942 | 251 28 | 1.46760 | 42 7 | 1.05982 | 0.09430 |
| 68 | 294 35 | 2.60415 | 250 27 | 1.45101 | 42 21 | 1.02473 | 0.03940 |
| 69 | 294 22 | 2.60868 | 249 29 | 1.43351 | 42 34 | 0.98770 | 9.98166 |
| 70 | 294 9 | 2.61302 | 248 34 | 1.41498 | 42 46 | 0.94854 | 9.92082 |
| 71 | 293 57 | 2.61716 | 247 41 | 1.39531 | 42 57 | 0.90705 | 9.85659 |
| 72 | 293 45 | 2.62111 | 246 51 | 1.37437 | 43 8 | 0.86299 | 9.78862 |
| 73 | 293 35 | 2.62485 | 246 3 | 1.35202 | 43 19 | 0.81610 | 9.71647 |
| 74 | 293 25 | 2.62839 | 245 18 | 1.32808 | 43 28 | 0.76604 | 9.63968 |
| 75 | 293 16 | 2.63172 | 244 36 | 1.30235 | 43 37 | 0.71242 | 9.55766 |
| 76 | 293 7 | 2.63484 | 243 57 | 1.27458 | 43 46 | 0.65478 | 9.46969 |
| 77 | 292 59 | 2.63776 | 243 21 | 1.24448 | 43 53 | 0.59254 | 9.37493 |
| 78 | 292 52 | 2.64046 | 242 47 | 1.21167 | 44 1 | 0.52498 | 9.27231 |
| 79 | 292 45 | 2.64296 | 242 16 | 1.17572 | 44 7 | 0.45122 | 9.16047 |
| 80 | 292 39 | 2.64524 | 241 47 | 1.13602 | 44 13 | 0.37009 | 9.03768 |
| 81 | 292 34 | 2.64730 | 241 22 | 1.09181 | 44 19 | 0.28007 | 8.90167 |
| 82 | 292 29 | 2.64915 | 240 59 | 1.04207 | 44 24 | 0.17911 | 8.74933 |
| 83 | 292 25 | 2.65079 | 240 39 | 0.98533 | 44 28 | 0.06431 | 8.57635 |
| 84 | 292 21 | 2.65220 | 240 21 | 0.91948 | 44 32 | 9.93144 | 8.37637 |
| 85 | 292 18 | 2.65340 | 240 6 | 0.84123 | 44 35 | 9.77395 | 8.13956 |
| 86 | 292 16 | 2.65439 | 239 54 | 0.74509 | 44 37 | 9.58084 | 7.84942 |
| 87 | 292 14 | 2.65515 | 239 45 | 0.62075 | 44 39 | 9.33151 | 7.47507 |
| 88 | 292 13 | 2.65570 | 239 38 | 0.44509 | 44 41 | 8.94136 | 6.94713 |
| 89 | 292 12 | 2.65603 | 239 34 | 0.14432 | 44 42 | 8.33933 | 6.04423 |
| 90 | 292 11 | 2.65614 | 239 33 | — 00 | 44 42 | — 00 | — 00 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON Z.

| φ | e° | C' | $\log e'$ | C'' | $\log e''$ | C''' | $\log e'''$ | $C'''' = 322^\circ 26'$ $\log e''''$ |
|-----------|-----------|----------|-----------|----------|------------|--------|-------------|---|
| + 90° | + 1652.9 | 172° 29' | — ∞ | 176° 59' | — ∞ | 36° 0' | — ∞ | — ∞ |
| 89 | 1652.8 | 172 27 | 0.72139 | 176 59 | 9.17222 | 36 0 | 6.83649 | 4.38300 |
| 88 | 1652.7 | 172 20 | 1.02153 | 176 58 | 9.77385 | 36 1 | 7.73926 | 5.58686 |
| 87 | 1652.4 | 172 8 | 1.19615 | 176 56 | 0.12532 | 36 2 | 8.26700 | 6.29078 |
| 86 | 1652.1 | 171 51 | 1.31904 | 176 53 | 0.37419 | 36 4 | 8.64106 | 6.78992 |
| 85 | 1651.7 | 171 30 | 1.41333 | 176 49 | 0.56672 | 36 6 | 8.93082 | 7.17676 |
| 84 | 1651.1 | 171 3 | 1.48952 | 176 45 | 0.72351 | 36 8 | 9.16719 | 7.49252 |
| 83 | 1650.5 | 170 31 | 1.55192 | 176 40 | 0.83554 | 36 11 | 9.36663 | 7.75916 |
| 82 | 1649.7 | 169 54 | 1.60623 | 176 34 | 0.96937 | 36 15 | 9.53899 | 7.98980 |
| 81 | 1648.8 | 169 11 | 1.65259 | 176 27 | 1.06923 | 36 19 | 9.69062 | 8.19291 |
| 80 | 1647.7 | 168 22 | 1.69305 | 176 19 | 1.15802 | 36 23 | 9.82585 | 8.37426 |
| 79 | 1646.4 | 167 28 | 1.72868 | 176 10 | 1.23779 | 36 28 | 9.94777 | 8.53797 |
| 78 | 1645.0 | 166 27 | 1.76027 | 176 1 | 1.31006 | 36 34 | 0.05867 | 8.68709 |
| 77 | 1643.3 | 165 20 | 1.78844 | 175 50 | 1.37599 | 36 40 | 0.16026 | 8.82393 |
| 76 | 1641.4 | 164 6 | 1.81369 | 175 39 | 1.43647 | 36 46 | 0.25391 | 8.95028 |
| 75 | 1639.3 | 162 45 | 1.83641 | 175 27 | 1.49222 | 36 53 | 0.34068 | 9.06756 |
| 74 | 1637.0 | 161 16 | 1.85697 | 175 14 | 1.54381 | 37 1 | 0.42143 | 9.17693 |
| 73 | 1634.3 | 159 41 | 1.87567 | 175 0 | 1.59171 | 37 9 | 0.49686 | 9.27932 |
| 72 | 1631.3 | 157 57 | 1.89278 | 174 45 | 1.63630 | 37 17 | 0.56756 | 9.37551 |
| 71 | 1628.0 | 156 6 | 1.90856 | 174 29 | 1.67772 | 37 26 | 0.63402 | 9.46615 |
| 70 | 1624.4 | 154 6 | 1.92325 | 174 12 | 1.71684 | 37 36 | 0.69664 | 9.55179 |
| 69 | 1620.3 | 151 59 | 1.93709 | 173 54 | 1.75329 | 37 46 | 0.75579 | 9.63290 |
| 68 | 1615.9 | 149 44 | 1.95028 | 173 35 | 1.78747 | 37 57 | 0.81266 | 9.70988 |
| 67 | 1611.0 | 147 21 | 1.96304 | 173 14 | 1.81956 | 38 8 | 0.86482 | 9.78309 |
| 66 | 1605.7 | 144 51 | 1.97558 | 172 53 | 1.84971 | 38 20 | 0.91520 | 9.85283 |
| 65 | 1600.0 | 142 15 | 1.98809 | 172 31 | 1.87806 | 38 32 | 0.96309 | 9.91937 |
| 64 | 1593.7 | 139 33 | 2.00074 | 172 7 | 1.90472 | 38 45 | 1.00868 | 9.98295 |
| 63 | 1586.9 | 136 46 | 2.01369 | 171 42 | 1.92979 | 38 59 | 1.05213 | 0.04377 |
| 62 | 1579.6 | 133 55 | 2.02708 | 171 16 | 1.95338 | 39 13 | 1.09356 | 0.10202 |
| 61 | 1571.7 | 131 2 | 2.04101 | 170 48 | 1.97557 | 39 28 | 1.13312 | 0.15786 |
| 60 | 1563.2 | 128 8 | 2.05556 | 170 20 | 1.99642 | 39 43 | 1.17090 | 0.21146 |
| 59 | 1554.1 | 125 15 | 2.07077 | 169 50 | 2.01601 | 39 59 | 1.20702 | 0.26294 |
| 58 | 1544.4 | 122 22 | 2.08665 | 169 18 | 2.03440 | 40 16 | 1.24157 | 0.31242 |
| 57 | 1534.0 | 119 33 | 2.10318 | 168 45 | 2.05165 | 40 34 | 1.27462 | 0.36001 |
| 56 | 1523.0 | 116 48 | 2.12032 | 168 10 | 2.06780 | 40 52 | 1.30626 | 0.40583 |
| 55 | 1511.2 | 114 8 | 2.13799 | 167 34 | 2.08291 | 41 11 | 1.33655 | 0.44994 |
| 54 | 1498.9 | 111 35 | 2.15610 | 166 56 | 2.09694 | 41 30 | 1.36556 | 0.49245 |
| 53 | 1485.8 | 109 7 | 2.17456 | 166 17 | 2.11015 | 41 51 | 1.39345 | 0.53343 |
| 52 | 1471.9 | 106 47 | 2.19326 | 165 35 | 2.12237 | 42 12 | 1.41996 | 0.57295 |
| 51 | 1457.4 | 104 34 | 2.21210 | 164 52 | 2.13370 | 42 34 | 1.44546 | 0.61107 |
| 50 | 1442.1 | 102 29 | 2.23098 | 164 7 | 2.14417 | 42 57 | 1.46990 | 0.64787 |
| 49 | 1426.0 | 100 32 | 2.24979 | 163 20 | 2.15372 | 43 20 | 1.49327 | 0.68335 |
| 48 | 1409.2 | 98 42 | 2.26848 | 162 31 | 2.16267 | 43 45 | 1.51567 | 0.71762 |
| 47 | 1391.6 | 96 59 | 2.28692 | 161 40 | 2.17076 | 44 10 | 1.53711 | 0.75071 |
| 46 | 1373.2 | 95 24 | 2.30508 | 160 47 | 2.17810 | 44 36 | 1.55764 | 0.78266 |
| 45 | 1354.1 | 93 56 | 2.32288 | 159 51 | 2.18474 | 45 3 | 1.57728 | 0.81352 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON Z .

| φ | e° | C' | $\log e'$ | C'' | $\log e''$ | C''' | $\log e'''$ | $C'''' = 322^\circ 26'$ $\log e''''$ |
|-----------|-----------|---------|-----------|----------|------------|--------|-------------|---|
| + 45° | + 1354.1 | 93° 56' | 2.32288 | 159° 51' | 2.18474 | 45° 3' | 1.57728 | 0.81352 |
| 44 | 1334.2 | 92 34 | 2.34027 | 158 53 | 2.19069 | 45 31 | 1.59606 | 0.84332 |
| 43 | 1313.6 | 91 18 | 2.35721 | 157 53 | 2.19598 | 46 0 | 1.61401 | 0.87209 |
| 42 | 1292.1 | 90 9 | 2.37367 | 156 50 | 2.20064 | 46 30 | 1.63116 | 0.89987 |
| 41 | 1270.0 | 89 5 | 2.38961 | 155 44 | 2.20468 | 47 1 | 1.64754 | 0.92670 |
| 40 | 1247.1 | 88 6 | 2.40502 | 154 36 | 2.20815 | 47 33 | 1.66317 | 0.95260 |
| 39 | 1223.5 | 87 12 | 2.41988 | 153 25 | 2.21106 | 48 6 | 1.67807 | 0.97759 |
| 38 | 1199.2 | 86 23 | 2.43417 | 152 11 | 2.21343 | 48 40 | 1.69226 | 1.00171 |
| 37 | 1174.1 | 85 39 | 2.44789 | 150 55 | 2.21531 | 49 15 | 1.70578 | 1.02497 |
| 36 | 1148.4 | 84 58 | 2.46103 | 149 35 | 2.21671 | 49 51 | 1.71862 | 1.04741 |
| 35 | 1122.0 | 84 22 | 2.47360 | 148 12 | 2.21766 | 50 29 | 1.73083 | 1.06904 |
| 34 | 1094.9 | 83 48 | 2.48558 | 146 46 | 2.21819 | 51 7 | 1.74241 | 1.08988 |
| 33 | 1067.2 | 83 19 | 2.49699 | 145 16 | 2.21834 | 51 47 | 1.75338 | 1.10994 |
| 32 | 1038.9 | 82 52 | 2.50782 | 143 44 | 2.21813 | 52 28 | 1.76376 | 1.12926 |
| 31 | 1009.9 | 82 28 | 2.51808 | 142 8 | 2.21759 | 53 10 | 1.77356 | 1.14784 |
| 30 | 980.5 | 82 7 | 2.52779 | 140 29 | 2.21677 | 53 54 | 1.78283 | 1.16570 |
| 29 | 950.4 | 81 48 | 2.53693 | 138 47 | 2.21568 | 54 39 | 1.79154 | 1.18286 |
| 28 | 919.9 | 81 32 | 2.54554 | 137 1 | 2.21438 | 55 25 | 1.79974 | 1.19932 |
| 27 | 888.9 | 81 18 | 2.55360 | 135 12 | 2.21287 | 56 12 | 1.80742 | 1.21510 |
| 26 | 857.4 | 81 6 | 2.56113 | 133 20 | 2.21123 | 57 1 | 1.81462 | 1.23022 |
| 25 | 825.5 | 80 55 | 2.56815 | 131 25 | 2.20947 | 57 51 | 1.82134 | 1.24468 |
| 24 | 793.2 | 80 47 | 2.57465 | 129 26 | 2.20762 | 58 43 | 1.82759 | 1.25850 |
| 23 | 760.5 | 80 39 | 2.58066 | 127 25 | 2.20572 | 59 36 | 1.83341 | 1.27168 |
| 22 | 727.5 | 80 33 | 2.58618 | 125 21 | 2.20380 | 60 30 | 1.83879 | 1.28424 |
| 21 | 694.1 | 80 29 | 2.59121 | 123 15 | 2.20189 | 61 26 | 1.84375 | 1.29619 |
| 20 | 660.5 | 80 25 | 2.59578 | 121 6 | 2.20002 | 62 23 | 1.84832 | 1.30752 |
| 19 | 626.7 | 80 22 | 2.59991 | 118 56 | 2.19821 | 63 21 | 1.85250 | 1.31826 |
| 18 | 592.6 | 80 20 | 2.60356 | 116 43 | 2.19649 | 64 21 | 1.85630 | 1.32840 |
| 17 | 558.4 | 80 19 | 2.60679 | 114 29 | 2.19487 | 65 23 | 1.85975 | 1.33796 |
| 16 | 523.9 | 80 18 | 2.60959 | 112 14 | 2.19337 | 66 25 | 1.86286 | 1.34695 |
| 15 | 489.4 | 80 17 | 2.61198 | 109 58 | 2.19199 | 67 30 | 1.86563 | 1.35535 |
| 14 | 454.8 | 80 16 | 2.61397 | 107 41 | 2.19075 | 68 35 | 1.86809 | 1.36320 |
| 13 | 420.1 | 80 15 | 2.61556 | 105 23 | 2.18963 | 69 42 | 1.87025 | 1.37047 |
| 12 | 385.4 | 80 15 | 2.61677 | 103 6 | 2.18864 | 70 50 | 1.87212 | 1.37720 |
| 11 | 350.7 | 80 13 | 2.61761 | 100 49 | 2.18776 | 71 59 | 1.87372 | 1.38337 |
| 10 | 316.0 | 80 11 | 2.61809 | 98 33 | 2.18699 | 73 9 | 1.87505 | 1.38898 |
| 9 | 281.3 | 80 9 | 2.61822 | 96 17 | 2.18630 | 74 21 | 1.87613 | 1.39406 |
| 8 | 246.7 | 80 5 | 2.61802 | 94 2 | 2.18568 | 75 34 | 1.87698 | 1.39859 |
| 7 | 212.3 | 80 0 | 2.61750 | 91 48 | 2.18510 | 76 47 | 1.87759 | 1.40258 |
| 6 | 177.9 | 79 54 | 2.61667 | 89 36 | 2.18454 | 78 2 | 1.87799 | 1.40604 |
| 5 | 143.7 | 79 46 | 2.61554 | 87 25 | 2.18397 | 79 17 | 1.87818 | 1.40896 |
| 4 | 109.6 | 79 37 | 2.61414 | 85 16 | 2.18336 | 80 34 | 1.87816 | 1.41134 |
| 3 | 75.8 | 79 25 | 2.61246 | 83 8 | 2.18269 | 81 51 | 1.87796 | 1.41320 |
| 2 | 42.1 | 79 12 | 2.61054 | 81 3 | 2.18191 | 83 8 | 1.87757 | 1.41452 |
| + 1 | + 8.6 | 78 56 | 2.60839 | 78 59 | 2.18103 | 84 26 | 1.87700 | 1.41531 |
| 0 | - 24.6 | 78 37 | 2.60603 | 76 57 | 2.17998 | 85 45 | 1.87626 | 1.41558 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON Z.

| φ | e° | C' | $\log e'$ | C'' | $\log e''$ | C''' | $\log e'''$ | $C'''' = 322^{\circ} 26'$ $\log e''''$ | |
|-----------|-------------|-------|-----------|---------|------------|---------|-------------|---|---------|
| 0° | — | 24.6 | 78° 37' | 2.60603 | 76° 57' | 2.17998 | 85° 45' | 1.87626 | 1.41558 |
| — 1 | 57.6 | 78 15 | 2.60347 | 74 56 | 2.17876 | 87 3 | 1.87535 | 1.41531 | 1.41531 |
| 2 | 90.3 | 77 50 | 2.60075 | 72 58 | 2.17733 | 88 22 | 1.87426 | 1.41452 | 1.41452 |
| 3 | 122.8 | 77 22 | 2.59789 | 71 1 | 2.17566 | 89 41 | 1.87301 | 1.41320 | 1.41320 |
| 4 | 154.9 | 76 50 | 2.59491 | 69 6 | 2.17374 | 91 0 | 1.87159 | 1.41134 | 1.41134 |
| 5 | 186.9 | 76 14 | 2.59185 | 67 12 | 2.17154 | 92 19 | 1.87000 | 1.40896 | 1.40896 |
| 6 | 218.5 | 75 34 | 2.58874 | 65 20 | 2.16905 | 93 38 | 1.86824 | 1.40604 | 1.40604 |
| 7 | 249.8 | 74 50 | 2.58562 | 63 29 | 2.16623 | 94 56 | 1.86630 | 1.40258 | 1.40258 |
| 8 | 280.8 | 74 1 | 2.58252 | 61 39 | 2.16309 | 96 14 | 1.86418 | 1.39859 | 1.39859 |
| 9 | 311.6 | 73 8 | 2.57949 | 59 50 | 2.15959 | 97 31 | 1.86187 | 1.39406 | 1.39406 |
| 10 | 342.0 | 72 11 | 2.57658 | 58 2 | 2.15573 | 98 48 | 1.85936 | 1.38898 | 1.38898 |
| 11 | 372.1 | 71 8 | 2.57383 | 56 15 | 2.15150 | 100 4 | 1.85665 | 1.38337 | 1.38337 |
| 12 | 402.0 | 70 1 | 2.57129 | 54 29 | 2.14689 | 101 19 | 1.85373 | 1.37720 | 1.37720 |
| 13 | 431.6 | 68 49 | 2.56902 | 52 43 | 2.14188 | 102 33 | 1.85058 | 1.37047 | 1.37047 |
| 14 | 460.8 | 67 32 | 2.56707 | 50 57 | 2.13648 | 103 47 | 1.84720 | 1.36320 | 1.36320 |
| 15 | 489.8 | 66 11 | 2.56549 | 49 12 | 2.13067 | 104 59 | 1.84357 | 1.35535 | 1.35535 |
| 16 | 518.6 | 64 45 | 2.56435 | 47 26 | 2.12446 | 106 10 | 1.83968 | 1.34695 | 1.34695 |
| 17 | 547.0 | 63 15 | 2.56368 | 45 41 | 2.11785 | 107 20 | 1.83552 | 1.33796 | 1.33796 |
| 18 | 575.3 | 61 42 | 2.56354 | 43 55 | 2.11083 | 108 29 | 1.83107 | 1.32840 | 1.32840 |
| 19 | 603.2 | 60 5 | 2.56397 | 42 9 | 2.10341 | 109 36 | 1.82632 | 1.31826 | 1.31826 |
| 20 | 631.0 | 58 26 | 2.56499 | 40 22 | 2.09559 | 110 42 | 1.82125 | 1.30752 | 1.30752 |
| 21 | 658.5 | 56 44 | 2.56664 | 38 34 | 2.08737 | 111 47 | 1.81585 | 1.29619 | 1.29619 |
| 22 | 685.7 | 55 1 | 2.56893 | 36 45 | 2.07878 | 112 51 | 1.81010 | 1.28424 | 1.28424 |
| 23 | 712.8 | 53 17 | 2.57187 | 34 56 | 2.06981 | 113 53 | 1.80398 | 1.27168 | 1.27168 |
| 24 | 739.7 | 51 32 | 2.57546 | 33 5 | 2.06047 | 114 53 | 1.79749 | 1.25850 | 1.25850 |
| 25 | 766.4 | 49 47 | 2.57966 | 31 13 | 2.05078 | 115 53 | 1.78960 | 1.24468 | 1.24468 |
| 26 | 792.9 | 48 3 | 2.58447 | 29 20 | 2.04076 | 116 51 | 1.78329 | 1.23022 | 1.23022 |
| 27 | 819.3 | 46 20 | 2.58984 | 27 26 | 2.03041 | 117 47 | 1.77555 | 1.21510 | 1.21510 |
| 28 | 845.5 | 44 39 | 2.59572 | 25 29 | 2.01975 | 118 42 | 1.76737 | 1.19932 | 1.19932 |
| 29 | 871.6 | 43 0 | 2.60207 | 23 32 | 2.00881 | 119 36 | 1.75872 | 1.18286 | 1.18286 |
| 30 | 897.5 | 41 24 | 2.60883 | 21 33 | 1.99760 | 120 28 | 1.74958 | 1.16570 | 1.16570 |
| 31 | 923.3 | 39 51 | 2.61593 | 19 32 | 1.98614 | 121 19 | 1.73995 | 1.14784 | 1.14784 |
| 32 | 949.0 | 38 21 | 2.62331 | 17 30 | 1.97445 | 122 8 | 1.72979 | 1.12926 | 1.12926 |
| 33 | 974.6 | 36 55 | 2.63090 | 15 26 | 1.96255 | 122 56 | 1.71909 | 1.10994 | 1.10994 |
| 34 | 1000.1 | 35 32 | 2.63864 | 13 20 | 1.95047 | 123 43 | 1.70784 | 1.08988 | 1.08988 |
| 35 | 1025.5 | 34 13 | 2.64646 | 11 14 | 1.93821 | 124 28 | 1.69601 | 1.06904 | 1.06904 |
| 36 | 1050.9 | 32 58 | 2.65430 | 9 6 | 1.92581 | 125 12 | 1.68358 | 1.04741 | 1.04741 |
| 37 | 1076.1 | 31 46 | 2.66210 | 6 57 | 1.91327 | 125 54 | 1.67053 | 1.02497 | 1.02497 |
| 38 | 1101.2 | 30 38 | 2.66980 | 4 47 | 1.90061 | 126 36 | 1.65684 | 1.00171 | 1.00171 |
| 39 | 1126.3 | 29 34 | 2.67736 | 2 37 | 1.88785 | 127 16 | 1.64249 | 0.97759 | 0.97759 |
| 40 | 1151.3 | 28 33 | 2.68471 | 0 26 | 1.87498 | 127 55 | 1.62745 | 0.95260 | 0.95260 |
| 41 | 1176.2 | 27 36 | 2.69181 | 358 14 | 1.86202 | 128 32 | 1.61171 | 0.92670 | 0.92670 |
| 42 | 1201.0 | 26 42 | 2.69862 | 356 3 | 1.84896 | 129 9 | 1.59523 | 0.89987 | 0.89987 |
| 43 | 1225.8 | 25 52 | 2.70510 | 353 52 | 1.83580 | 129 44 | 1.57800 | 0.87209 | 0.87209 |
| 44 | 1250.5 | 25 4 | 2.71121 | 351 42 | 1.82252 | 130 18 | 1.55998 | 0.84332 | 0.84332 |
| 45 | 1275.1 | 24 19 | 2.71691 | 349 33 | 1.80912 | 130 52 | 1.54115 | 0.81352 | 0.81352 |

TAFEL ZUR BERECHNUNG DER WERTHE VON Z.

| φ | e° | C' | $\log e'$ | C'' | $\log e''$ | C''' | $\log e'''$ | $C'''' = 322^\circ 26'$ $\log e''''$ |
|-----------|-----------|---------|-----------|----------|------------|----------|-------------|---|
| — 45° | — 1275.1 | 24° 19' | 2.71691 | 349° 33' | 1.80912 | 130° 52' | 1.54115 | 0.81352 |
| 46 | 1299.5 | 23 37 | 2.72218 | 347 25 | 1.79558 | 131 23 | 1.52147 | 0.78266 |
| 47 | 1323.9 | 22 58 | 2.72698 | 345 18 | 1.78186 | 131 54 | 1.50092 | 0.75071 |
| 48 | 1348.1 | 22 21 | 2.73129 | 343 13 | 1.76793 | 132 24 | 1.47945 | 0.71762 |
| 49 | 1372.3 | 21 47 | 2.73508 | 341 10 | 1.75376 | 132 53 | 1.45795 | 0.68335 |
| 50 | 1396.2 | 21 14 | 2.73833 | 339 10 | 1.73931 | 133 21 | 1.43365 | 0.64785 |
| 51 | 1420.0 | 20 44 | 2.74100 | 337 12 | 1.72452 | 133 48 | 1.40924 | 0.61107 |
| 52 | 1443.7 | 20 16 | 2.74307 | 335 17 | 1.70935 | 134 14 | 1.38376 | 0.57295 |
| 53 | 1467.1 | 19 49 | 2.74453 | 333 25 | 1.69375 | 134 39 | 1.35716 | 0.53343 |
| 54 | 1490.3 | 19 25 | 2.74534 | 331 35 | 1.67704 | 135 3 | 1.32940 | 0.49245 |
| 55 | 1513.2 | 19 1 | 2.74550 | 329 50 | 1.66098 | 135 26 | 1.30043 | 0.44994 |
| 56 | 1536.1 | 18 40 | 2.74495 | 328 7 | 1.64368 | 135 48 | 1.27017 | 0.40583 |
| 57 | 1558.6 | 18 20 | 2.74370 | 326 28 | 1.62568 | 136 10 | 1.23857 | 0.36001 |
| 58 | 1580.8 | 18 1 | 2.74169 | 324 52 | 1.60691 | 136 31 | 1.20556 | 0.31242 |
| 59 | 1602.7 | 17 43 | 2.73892 | 323 21 | 1.58728 | 136 50 | 1.17106 | 0.26294 |
| 60 | 1624.2 | 17 26 | 2.73535 | 321 52 | 1.56672 | 137 9 | 1.13498 | 0.21146 |
| 61 | 1645.4 | 17 11 | 2.73094 | 320 27 | 1.54513 | 137 28 | 1.09724 | 0.15786 |
| 62 | 1666.1 | 16 57 | 2.72566 | 319 6 | 1.52242 | 137 45 | 1.05774 | 0.10202 |
| 63 | 1686.5 | 16 43 | 2.71948 | 317 48 | 1.49850 | 138 2 | 1.01635 | 0.04377 |
| 64 | 1706.4 | 16 31 | 2.71235 | 316 34 | 1.47326 | 138 18 | 0.97296 | 9.98295 |
| 65 | 1725.9 | 16 19 | 2.70421 | 315 24 | 1.44658 | 138 33 | 0.92742 | 9.91937 |
| 66 | 1744.9 | 16 8 | 2.69503 | 314 17 | 1.41834 | 138 48 | 0.87957 | 9.85283 |
| 67 | 1763.3 | 15 58 | 2.68474 | 313 13 | 1.38840 | 139 2 | 0.82925 | 9.78309 |
| 68 | 1781.2 | 15 49 | 2.67328 | 312 12 | 1.35661 | 139 15 | 0.77624 | 9.70988 |
| 69 | 1798.6 | 15 40 | 2.66056 | 311 15 | 1.32281 | 139 28 | 0.72031 | 9.63290 |
| 70 | 1815.3 | 15 32 | 2.64650 | 310 21 | 1.28680 | 139 40 | 0.66122 | 9.55179 |
| 71 | 1831.4 | 15 24 | 2.63100 | 309 30 | 1.24837 | 139 51 | 0.59864 | 9.46615 |
| 72 | 1846.9 | 15 17 | 2.61395 | 308 42 | 1.20727 | 140 1 | 0.53223 | 9.37551 |
| 73 | 1861.6 | 15 11 | 2.59520 | 307 57 | 1.16322 | 140 11 | 0.46157 | 9.27932 |
| 74 | 1875.7 | 15 5 | 2.57459 | 307 16 | 1.11588 | 140 21 | 0.38618 | 9.17693 |
| 75 | 1889.1 | 14 59 | 2.55193 | 306 37 | 1.06485 | 140 30 | 0.30547 | 9.06756 |
| 76 | 1901.7 | 14 54 | 2.52699 | 306 0 | 1.00966 | 140 38 | 0.21874 | 8.95028 |
| 77 | 1913.5 | 14 50 | 2.49948 | 305 27 | 0.94972 | 140 45 | 0.12512 | 8.82393 |
| 78 | 1924.6 | 14 45 | 2.46904 | 304 56 | 0.88472 | 140 52 | 0.02356 | 8.68709 |
| 79 | 1934.8 | 14 42 | 2.43523 | 304 28 | 0.81256 | 140 59 | 9.91270 | 8.53797 |
| 80 | 1944.2 | 14 38 | 2.39746 | 304 3 | 0.73327 | 141 5 | 9.79081 | 8.37426 |
| 81 | 1952.8 | 14 35 | 2.35498 | 303 40 | 0.64493 | 141 10 | 9.65560 | 8.19291 |
| 82 | 1960.5 | 14 32 | 2.30676 | 303 19 | 0.54547 | 141 15 | 9.50400 | 7.98980 |
| 83 | 1967.3 | 14 30 | 2.25136 | 303 1 | 0.43201 | 141 19 | 9.33165 | 7.75916 |
| 84 | 1973.3 | 14 28 | 2.18665 | 302 46 | 0.30031 | 141 22 | 9.13223 | 7.49252 |
| 85 | 1978.3 | 14 26 | 2.10937 | 302 33 | 0.04380 | 141 25 | 8.89588 | 7.17676 |
| 86 | 1982.5 | 14 25 | 2.01401 | 302 22 | 9.95118 | 141 28 | 8.60613 | 6.78992 |
| 87 | 1985.7 | 14 24 | 1.89028 | 302 14 | 9.70281 | 141 30 | 8.23208 | 6.29078 |
| 88 | 1988.0 | 14 23 | 1.71505 | 302 8 | 9.35148 | 141 31 | 7.70435 | 5.58686 |
| 89 | 1989.5 | 14 23 | 1.41453 | 302 5 | 8.74992 | 141 32 | 6.80158 | 4.38300 |
| 90 | 1989.9 | 14 23 | — ∞ | 302 3 | — ∞ | 141 32 | — ∞ | — ∞ |

ALLGEMEINE LEHRSÄTZE
IN BEZIEHUNG AUF DIE IM VERKEHRTEN VERHÄLTNISSE
DES QUADRATS DER ENTFERNUNG
WIRKENDEN ANZIEHUNGS- UND ABSTOSSUNGS-KRÄFTE

VON

CARL FRIEDRICH GAUSS.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1839.
Herausg. v. GAUSS u. WEBER. Leipzig 1840.
