

Técnicas metaheurísticas aplicadas a un mecanismo de 4 barras implementado en dispositivos de rehabilitación

Francisco Javier Espinosa-García¹, Rocío Ambrocio-Delgado¹,
Esther Lugo-González², Alfredo Enrique Fera-De la Rosa²,
Alejandro Barragán-Bernardo², Lizeth Enriquez-Bravo²

¹Universidad Tecnológica de la Mixteca,
División de Estudios de Posgrado, Oaxaca,
México

²Universidad Tecnológica de la Mixteca,
Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Oaxaca,
México

{fjeg_1234, cashe_11}@hotmail.com, elugog@mixteco.utm.mx

Resumen. Se presentan 4 técnicas metaheurísticas, Algoritmos Genéticos (AG), Evolución Diferencial (ED), Grey Wolf Optimizer (GWO) y Earthquake Algorithm (EA) para la optimización de los parámetros de diseño de un mecanismo de 4 barras en función de una trayectoria. El objetivo es evaluar el desempeño y determinar que algoritmo ofrece mejores resultados para este tipo de problemas. Posteriormente, se presentan implementaciones del mecanismo de cuatro barras para el seguimiento de trayectoria de un dedo robótico, una prótesis de rodilla y un exoesqueleto de miembro inferior. Se comparan los resultados reportados en estos tres artículos específicos contra los generados en este trabajo para validar que la optimización realizada con el algoritmo que dio un mejor resultado en los experimentos realizados puede mejorar el seguimiento de trayectoria. Los resultados muestran que el ED es la mejor solución para la resolución de problemas relacionados con la síntesis de trayectoria de un mecanismo de 4 barras.

Palabras clave: Optimización, mecanismo de cuatro barras, prótesis.

Metaheuristic Methods Applied to a 4-bar Mechanism Implemented in Rehabilitation devices

Abstract. Four metaheuristic techniques are presented, Genetic Algorithms (GA), Differential Evolution (DE), Gray Wolf Optimizer (GWO) and Earthquake

Algorithm (EA) for the optimization of the design parameters of a 4-bar mechanism as a function of a trajectory. The objective is to evaluate performance and determine which algorithm offers better results for this type of problem. Subsequently, implementations of the four-bar mechanism for tracking the trajectory of a knee prosthesis, a lower extremity exoskeleton, and a robotic finger are presented. The results reported in these three specific articles are compared with those generated in this work to validate that the optimization carried out with the algorithm that gave the best result can improve trajectory tracking. The results show that the DE is the best solution for solving problems related to the trajectory synthesis of a 4-bar mechanism.

Keywords. Optimization, 4-bar mechanism, prosthesis.

1. Introducción

En las últimas décadas, ha existido un gran interés entre los investigadores por generar alternativas enfocadas en la resolución del problema de síntesis de mecanismos de cuatro barras con más de 5 puntos de precisión, porque analíticamente no existe una solución exacta. Por ello, se han propuesto métodos como: gradiente exacto, programación lineal y métodos de curva de función de acoplamiento, capaces de generar soluciones aproximadas. El inconveniente de estos es que en ocasiones quedan “atrapados” en mínimos locales y se limitan a resolver funciones de optimización específicas [1].

En consecuencia, se han desarrollado técnicas de optimización heurísticas y metaheurísticas [2] capaces de resolver problemas con un gran número de restricciones. La optimización heurística trata de alcanzar una solución factible utilizando una evaluación de prueba y error en un periodo corto de tiempo. Por otro lado, los algoritmos metaheurísticos utilizan la probabilidad y estrategias para mejorar procedimientos heurísticos y hacer una búsqueda local para encontrar una solución global [3].

Una clasificación general de los algoritmos metaheurísticos es considerando 4 categorías: métodos basados en la evolución (ED), en fenómenos físicos (EA [4]), en enjambres (GWO [5]) y en seres vivos [1]. También existen las hiperheurísticas, que son técnicas metaheurísticas independientes del problema que automatizan el proceso de selección y generación de múltiples heurísticas de bajo nivel para resolver problemas estáticos de optimización combinatoria [6].

Respecto a los algoritmos metaheurísticos, los más utilizados para el problema de síntesis de trayectoria son los Algoritmo Genético (AG), las partes que conforman el algoritmo básico son la población, selección cruce y mutación [7]. Otro algoritmo que también utiliza la mutación y el cruce es el de Evolución Diferencial (ED), este es poblacional de búsqueda directa y simple, el cual es capaz de optimizar hasta alcanzar el óptimo global en funciones multimodales, no diferenciables y no lineales [8].

Respecto a las metodologías metaheurística basadas en animales, se tiene la Grey Wolf Optimizer (GWO) inspirada en los lobos grises [5].

El algoritmo GWO imita la jerarquía de liderazgo y el mecanismo de caza de los lobos grises en la naturaleza. Se emplean cuatro tipos de lobos grises: alfa, beta, delta y omega para simular la jerarquía de liderazgo. Además, se implementan los tres pasos principales de la caza: buscar la presa, rodearla y atacarla.

En [5] GWO mostro un alto rendimiento en problemas sin restricciones y con restricciones. Además, en la literatura se puede encontrar la aplicación de otros métodos como, colonias de abejas artificiales (ABC) [9], la evolución diferencial adaptativa con archivo externo opcional (JADE) [10] y la optimización basada en la enseñanza-aprendizaje (TLBO) [11] o la optimización de enjambre de partículas (PSO) [9]. Con relación a la implementación de mecanismos de 4 barras para la rehabilitación física, en [12] se presenta el diseño de un mecanismo para dedo robótico, el cual se obtuvo utilizando la síntesis de seguimiento de trayectoria en función del movimiento de flexión de un dedo. Se utilizaron los AG como método de solución, al final se presenta un mecanismo de tipo subactuado en función de la solución óptima. En [13, 14, 15] se analiza una prótesis de rodilla considerando como función objetivo minimizar el error entre el ICR (Centro Instantáneo de Rotación) de la rodilla humana de referencia y el ICR de la prótesis de rodilla.

La optimización del diseño de la rodilla protésica se ha realizado a través del MOMICA (algoritmo competitivo imperialista modificado multiobjetivo), GA; MOPSO entre otros para resolver el problema de dimensionamiento de eslabones y minimizar error en seguimiento de trayectorias. En [16] y [17] se presenta un sistema de exoesqueleto de miembro inferior que ayuda a la rehabilitación de la articulación de la rodilla. Se utiliza un mecanismo de cuatro barras cruzadas para simular el ligamento cruzado interno de la articulación de la rodilla humana para realizar el movimiento de centro de rotación instantáneo de la articulación de la rodilla.

En [9] se plantea un problema de optimización en dos etapas para minimizar el error entre las trayectorias de cadera generadas y las deseadas. Para esta problemática se utiliza la optimización por PSO y TLBO. Debido a la gran variedad de técnicas metaheurísticas existentes, se vuelve difícil determinar qué tipo de algoritmo dará los mejores resultados con menores recursos.

Por ello, en este artículo se presenta una comparativa entre los más utilizados (AG) y tres métodos de naturalezas diferentes (ED, GWO y EA) para hallar el más robusto y eficiente para la síntesis de mecanismos. Además, el algoritmo ganador es aplicado a tres casos enfocados en el desarrollo de dispositivos de rehabilitación, comparando los resultados obtenidos contra los reportados en dichos artículos y determinar cuál es el mejor para solucionar problemas referentes al diseño de mecanismos de 4 barras implementados en dispositivos de rehabilitación.

2. Función objetivo

Para obtener la función objetivo de un mecanismo de cuatro barras, se toma como referencia lo presentado en [7]. Para simplificar el desarrollo, aquí solo se presenta la función objetivo a utilizar para minimizar el error en el mecanismo.

Este se refiere a la diferencia entre los puntos deseados (P_{dx}, P_{dy}) y los generados (P_x, P_y) en el seguimiento de trayectorias para obtener el mínimo error.

$$f(x) = \sqrt{(P_{dx} - P_x)^2 + (P_{dy} - P_y)^2} \quad (1)$$

3. Casos de estudio

Los experimentos se basan en la optimización de mecanismos de cuatro barras para diferentes trayectorias. Se proponen cuatro casos de estudio: uno enfocado a la estructura del mecanismo de cuatro barras y tres orientados a una aplicación en el área de prótesis y rehabilitación. Para cada caso se muestra el diagrama cinemático del mecanismo, las ecuaciones cinemáticas y los datos correspondientes a la trayectoria deseada. La función objetivo para todos los casos es la que se muestra en la ecuación (1). Todos los experimentos descritos se realizaron en una computadora con un procesador Intel i7-9750 a 260 GHz, 6 núcleos y 16 Gb de memoria RAM, con un sistema operativo Windows 10. Los algoritmos se implementaron en MatLab.

Caso 1: Comparación de los métodos

El primer ejercicio se basa en la optimización de un mecanismo de cuatro barras utilizando la trayectoria de la Tabla 1 propuesta por [7]. En este trabajo se empleó el método de diferencia central para la solución del problema y el error reportado es 6.276×10^{-3} . Como alternativa se programan cuatro algoritmos (AG, ED, GWO y EA), los parámetros empleados se muestran en la Tabla 2. Se considera el diagrama mostrado en la Fig. 1 y las ecuaciones descritas en [7].

donde G corresponde al número de generaciones, NP es el número de población, F es un factor de escalamiento y Sr, representa el rango de onda, parámetro exclusivo del algoritmo EA. Se realizaron 31 corridas para cada algoritmo con la finalidad de examinar la variabilidad de los resultados. En la Fig.2 se muestra la gráfica deseada y las correspondientes a los mejores resultados obtenidos por cada algoritmo. Además, en la Fig. 3 se muestra la respuesta de cada uno de ellos.

Por otro lado, en la Tabla 3 se muestran los mejores y peores errores en el seguimiento de la trayectoria deseada.

Con base en los resultados mostrados en la Fig. 2 y en la Tabla 3, se observa que el error reportado en [7] mejoró con la aplicación de los algoritmos GA y ED. En cambio, comparado con el GWO el resultado no mejoró ya que el obtenido presenta una diferencia de -5.4×10^{-4} [mm], que no es tan grande como error presentado por EA, con una diferencia de -0.5506[mm].

De acuerdo con la Tabla 3, de los 4 algoritmos se observa que el peor resultado fue arrojado por EA, seguido de AG, GWO y ED. Referente a la Fig. 3, se observa que el GA presenta una mayor velocidad de respuesta y antes de las 100 iteraciones logra una aproximación a 0. En segundo lugar, se encuentra el ED, se observa que después de 150 iteraciones logra aproximarse a cero.

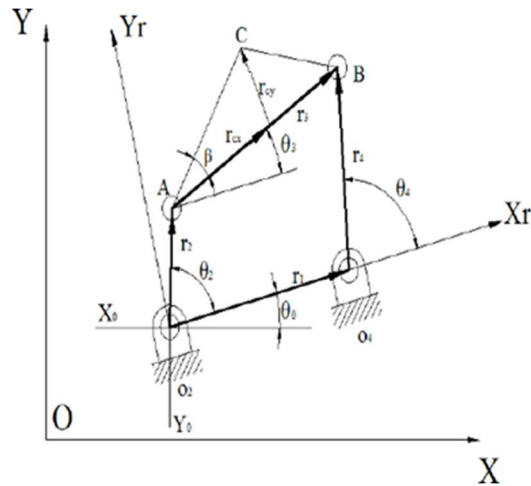


Fig. 1. Mecanismo de cuatro barras.

Tabla 1. Trayectoria deseada.

Coordenadas					
X	3.000	2.759	2.372	1.890	1.355
Y	3.000	3.363	3.663	3.862	3.943

Tabla 2. Parámetros.

DE	GA	EA	GWO
$G = 500$	$G = 1000$	$G = 2000$	$G = 2500$
Cruzamiento 0.5	Cruzamiento 0.8	$Sr = 2$	$NP = 600$
Mutación 0.5	Mutación 0.1	$NP = 150$	
$NP = 100$	$NP = 100$		
$F = 0.6$			

Respecto a GWO y EA el número de iteraciones es mayor ya que tienen respuestas más lentas comparadas con AG y DE.

En cuanto a la calidad de los resultados se observó que las soluciones obtenidas con el EA en un 0.36% están en el orden de 1×10^{-1} y el 99.96% fueron resultados no válidos, es decir no se logró una aproximación cercana a cero.

De las soluciones obtenidas con el GA el 2.117% están en el orden de 1×10^{-1} , el 0.161% en el orden de 1×10^{-2} , 0.02% en el orden de 1×10^{-3} y el 97.7% fueron resultados no válidos. En cuanto al GWO de los resultados obtenidos el 98.14% están en el orden de 1×10^{-1} , el 1.81% en el orden de 1×10^{-2} y el .049% en el orden de 1×10^{-3} . De los resultados obtenidos con el DE el 84.5% están en el orden de 1×10^{-2} y el 15.5% en el orden de 1×10^{-3} .

Tabla 3. Comparación de resultados.

Algoritmo	Mejor	Peor	Promedio	Desviación estándar
AG	0.0050	49.4405	4.3556	10.2457
ED	0.0043	0.0261	0.0054	0.0038
GWO	0.0068	0.9816	0.4401	0.2768
EA	0.5569	826.2087	128.5539	175.4942

Después de contrastar la velocidad de respuesta, el mejor resultado obtenido y la calidad de las soluciones se determinó que el mejor algoritmo es el ED. No es el más rápido pero la calidad de las soluciones presentadas es superior a la de los otros algoritmos, además no presentó soluciones no validadas, lo cual le da la característica que con menos recursos se pueden hallar soluciones por debajo de 1×10^{-1} . Por ello, en los siguientes casos se implementará el ED.

Caso 2: Optimización de un mecanismo para dedo

El segundo experimento se orientó a la optimización de un mecanismo para dedo presentado en [12].

Básicamente, el problema plantea obtener las dimensiones de un mecanismo en función de la trayectoria generada por el dedo índice, tomando como punto de seguimiento P_d (Fig. 4) para generar la trayectoria deseada cuyos valores se muestran en la Tabla 4.

Las ecuaciones que describen el mecanismo son expresadas como:

$$B_{x0} = a_1 \cos \theta_1, \quad (2)$$

$$B_{y0} = a_1 \sin \theta_1, \quad (3)$$

$$C_{x0} = B_x + a_2 \cos \theta_2, \quad (4)$$

$$C_{y0} = B_y + a_2 \sin \theta_2, \quad (5)$$

$$P_{x0} = C_x + a_3 \cos \theta_{a_3+\beta}, \quad (6)$$

$$P_{y0} = C_y + a_3 \sin \theta_{a_3+\beta}. \quad (7)$$

donde P_{x0} y P_{y0} corresponden a las coordenadas del punto P . A continuación, se describe el problema de optimización considerando un algoritmo genético y los parámetros implementados en [12], además se proponen los parámetros para utilizar el DE.

El problema de optimización se define por:

- Variables de diseño: $[\theta_1^1, \dots, \theta_1^5, a_1, a_2, x_0, y_0, \beta]$.
- Puntos deseados: $[(P_{xd}^1, P_{xd}^5), \dots, (P_{yd}^1, P_{yd}^5)]$ mostrados en la Tabla 4.

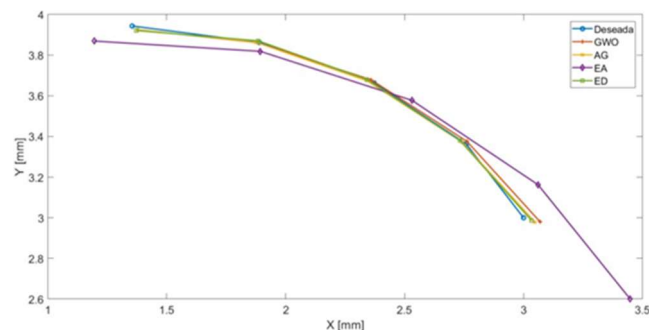


Fig. 2. Trayectoria deseada vs generadas por los algoritmos AG, ED, GWO, EA.

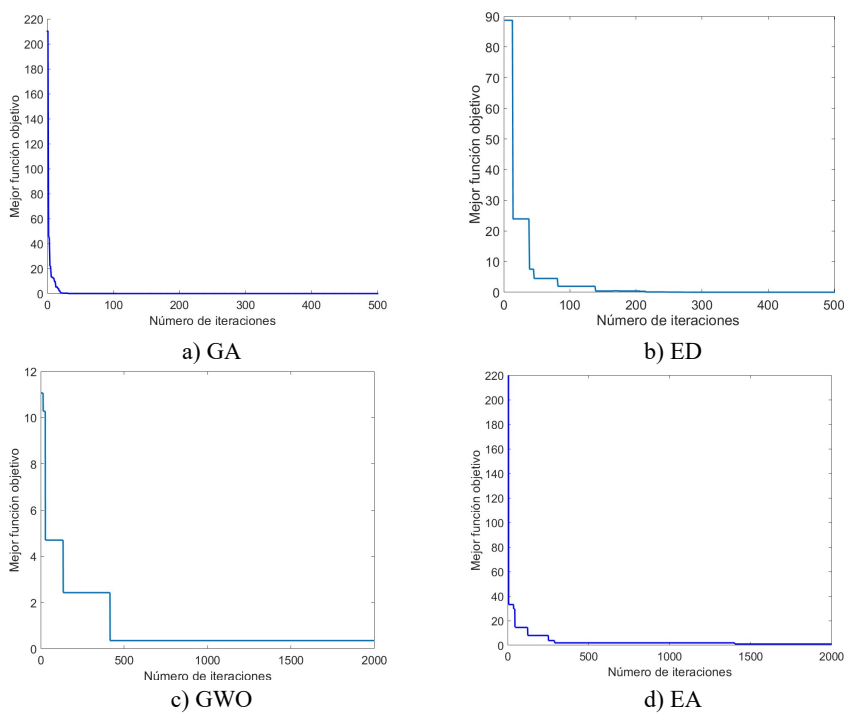


Fig. 3. Respuesta de los algoritmos en la mejor solución.

- Límites de las variables: $a_1 \in [20,50]$, $a_2 \in [6,16]$, $x_0 \in [-5,15]$, $y_0 \in [-20,20]$, $\beta^1 \in [-65,180]$ y $\theta^5 \in [0,2\pi]$.
- Parámetros utilizados en GA: Generaciones = 1000, cruce = 0.6, mutación = 0.1, población = 200.
- Parámetros utilizados en el DE: Generaciones = 500, cruce = 0.2, factor de escalamiento = 0.5, mutación = 0.8, población = 100.

Tabla 4. Trayectoria deseada para el dedo.

Coordenadas					
X	0	-17.95	-35.92	-38.03	34.77
Y	47.76	34.4	21.67	7.36	-12.43

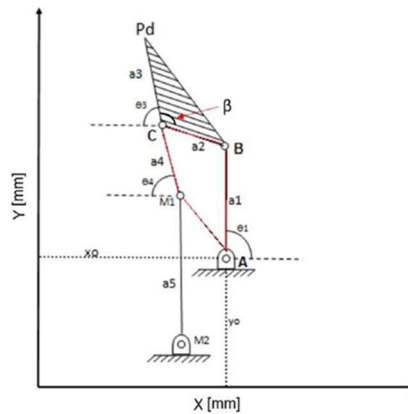


Fig. 4. Diagrama cinemático del mecanismo [12].

Se muestran los vectores solución, el primero corresponde al obtenido por GA y el segundo al obtenido utilizando el DE:

$$S_{ol\ GA} = [43.43\ 10.00\ 1.80\ -19.99\ 1.9087\ 1.235].$$

$$S_{ol\ DE} = [46.25\ 13.20\ 2.21\ -17.95\ 2.0171\ 1.4024].$$

En la Fig. 5 se muestran tres gráficas que representan la trayectoria deseada, la obtenida por el autor en [12] y la generada utilizando el algoritmo DE. Se puede observar que los resultados obtenidos mejoraron respecto a los presentados en [12].

El error reportado es de 13.30 mm y el obtenido se redujo hasta 4.70 [mm].

Caso 3: Optimización de un mecanismo para una pierna biónica

El problema consiste en encontrar las dimensiones del mecanismo de la Fig. 6, para la simulación del movimiento de una pierna centrándose en el movimiento de la rodilla. Las ecuaciones que describen el mecanismo son:

$$x_{k1} = l_1 \cos \theta_1, \quad (8)$$

$$y_{k1} = l_1 \sin \theta_1, \quad (9)$$

$$x_{k2} = l_2 \cos \theta_2, \quad (10)$$

$$y_{k3} = l_2 \sin \theta_2, \quad (11)$$

$$x_{k4} = l_1 \cos \theta_1 + l_4 \cos \theta_4, \quad (12)$$

$$y_{k4} = l_1 \sin \theta_1 + l_4 \sin \theta_4. \quad (13)$$

Tabla 5. Trayectoria deseada.

Coordenadas X	Coordenadas Y	Coordenadas X	Coordenadas Y
2	133	14	129
5	133	16	127
7	132	18	124
9	132	21	118
11	131	26	107
12	130	31	87

Las coordenadas del ICR se puede escribir como:

$$x_{P_{ICK}} = \frac{y_{K_2} - y_{K_3} + ax_3 - bx_{K_2}}{a - b}, \quad (14)$$

$$y_{P_{ICK}} = \frac{x_{K_2} - x_{K_3} + a^{-1}x_{K_3} - b^{-1}x_{K_2}}{a^{-1} - b^{-1}}, \quad (15)$$

donde:

$$a = \frac{y_{K_4} - y_{K_3}}{x_{K_4} - x_{K_3}}, \quad (16)$$

$$b = \frac{y_{K_2} - y_{K_1}}{x_{K_2} - x_{K_1}}. \quad (17)$$

En la Tabla 5 se tienen las coordenadas en X y Y para el seguimiento de trayectoria presentados en [15].

El problema de optimización se define por [15]:

- Variables de diseño: $[\theta_1^1, \dots, \theta_1^{12}, l_1, l_2, l_3, l_4]$,
- Puntos deseados: $[(P_{xd}^1, P_{xd}^{12}), \dots, (P_{yd}^1, P_{yd}^{12})]$ mostrados en la Tabla 5.
- Límites de las variables: $l_1 \in [40,60]$, $l_2 \in [60,55]$, $l_3 \in [35,55]$, $l_4 \in [20,40]$ y $\theta_5 \in [0,0.9]$
- Parámetros utilizados en GA: Generaciones = 1000, cruce = 0.8, mutación = 0.1, población = 20
- Parámetros utilizados en el DE: Generaciones = 150, cruce = 0.2, factor de escalamiento = 0.5, mutación = 0.8, población = 50

Se muestran los vectores solución los cuales representan l_1, l_2, l_3, l_4 y θ_1 . El primero corresponde al obtenido por GA y el segundo al obtenido utilizando el DE:

$$S_{ol \text{ GA}} = [57.0100 \ 43.9000 \ 41.8200 \ 23.9300 \ 0.8203],$$

$$S_{ol \text{ DE}} = [41.3036 \ 49.6885 \ 53.8985 \ 32.4434 \ 1.5532].$$

En la Fig. 7 se muestran las trayectorias, que sigue el miembro inferior a través del CIR, la generada por el GA y la obtenida utilizando el DE, de las cuales se realizaron 31 corridas para tener una mejor evaluación de resultados.

El error reportado por el autor es de 2.3408 mm y el error obtenido en este trabajo fue de 0.0135 mm, es decir que se redujo un 99.42%.

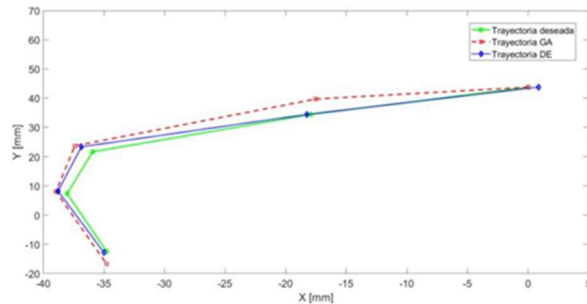


Fig. 5. Trayectorias obtenidas vs deseada.

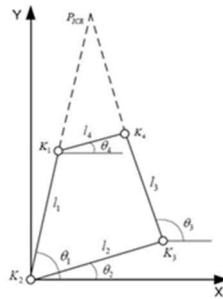


Fig. 6. Diagrama esquemático del mecanismo para rodilla [15].

Caso 4 Optimización de un exoesqueleto

Basado en [9], se hace la optimización de un mecanismo de cuatro barras utilizando un Algoritmo Evolutivo Diferencial para un exoesqueleto de miembro inferior con trayectorias naturales de la marcha humana.

En los procedimientos de síntesis convencionales, la articulación de la cadera debe estar fija y los datos se transforman en relación con esta, sin embargo, en [9] el eslabón se mueve desde la izquierda hacia el origen como se muestra en la Fig. 8.

El exoesqueleto con rodilla de cuatro barras tiene los eslabones 1, 2, 3 y 4 como se muestra en la Fig. 8 A y están definidos por CD, CE, EF y DF respectivamente. Los puntos P y A representan las uniones de la cadera y el tobillo. Las longitudes de los eslabones están denotadas por r_1 , r_2 , r_3 y r_4 , y su orientación por $(270^\circ + \theta_1)$, θ_2 , θ_3 y θ_4 , como se muestra en la Fig. 8 B.

Las longitudes de los eslabones extendidos AB y PG están denotados por l_1 y l_2 , los cuales están a 90° respecto a CD y EF. El eslabonamiento CDEF forman una cadena cerrada, donde θ_1 y θ_2 son los ángulos desconocidos en el ciclo de marcha. Los ángulos θ_3 y θ_4 de los enlaces EF y FD, respectivamente, pueden determinarse con la ecuación de enlace de la cadena cerrada.

Las coordenadas del tobillo A (A_{xd} , A_{yd}) se toman como entrada y las coordenadas C, E, G y P se derivan del marco global XOY, que se puede expresar como:

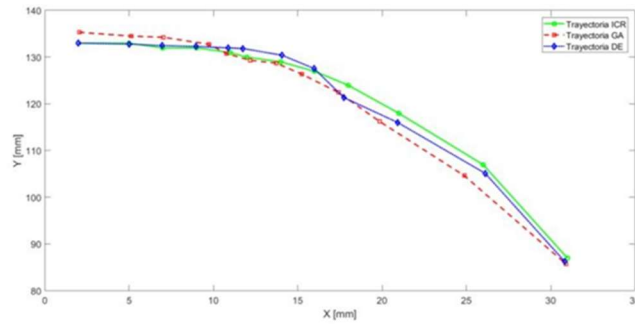


Fig. 7. Trayectorias obtenidas vs deseada.

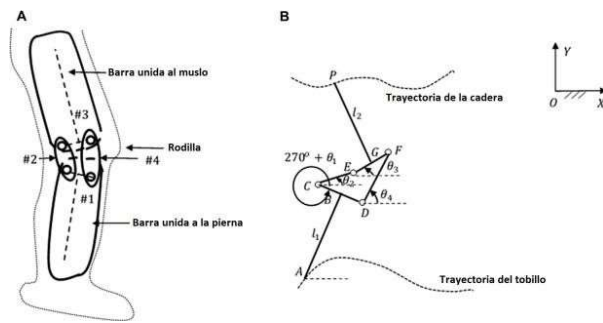


Fig. 8. (A) Exoesqueleto de cuatro barras para miembro inferior y (B) Sistema vectorial para exoesqueleto de cuatro barras en rodilla [9].

$$B_x = A_{xd} + l_1 \cos \theta_1, \quad (18)$$

$$B_y = A_{yd} + l_1 \sin \theta_1, \quad (19)$$

$$C_x = B_x + \frac{r_1}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta_1 \right), \quad (20)$$

$$C_y = B_y + \frac{r_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} + \theta_1 \right), \quad (21)$$

$$E_x = C_x + r_2 \cos \theta_2, \quad (22)$$

$$E_y = C_y + r_2 \sin \theta_2, \quad (23)$$

$$G_x = E_x + \frac{r_3}{2} \cos \theta_3, \quad (24)$$

Tabla 6. Puntos de precisión seleccionados en la curva de ajuste.

Posición	P_{xd}	P_{yd}	A_{xd}	A_{yd}
1	-3685.9	-1159	-3685.9	-2082.6
2	-3519.6	-1177.5	-3523.6	-1890.6
3	-3353.2	-1198.1	-3361.4	-1859
4	-3186.9	-1207.1	-3199.1	-1878.3
5	-3020.6	-1191.9	-3036.8	-1902.4
6	-2854.2	-1160	-2874.5	-1976.7
7	-2687.9	-1157.7	-2712.3	-2027.3
8	-2521.5	-1187.8	-2550	-2028.8
9	-2355.2	-1205.2	-2387.7	-2050.9
10	-2188.9	-1190	-2225.5	-2091.8

$$G_y = E_y + \frac{r_3}{2} \sin \theta_3. \quad (25)$$

La trayectoria del punto P es obtenida a partir de las ecuaciones (18) a la (25) y para obtener los puntos generados se plantean las ecuaciones (26) y (27):

$$P_x = G_x + l_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_3\right), \quad (26)$$

$$P_y = G_y + l_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_3\right). \quad (27)$$

Para realizar la síntesis del mecanismo de 4 barras se considera una optimización para $2N$ puntos de precisión con $4N + 6$ variables de diseño, $r_1, r_2, r_3, r_4, l_1, l_2, \theta_1^k$ y θ_2^k , donde $k = 1, \dots, N$ posiciones. Para reducir la complejidad del problema, en [9] lo dividen en dos etapas, considerando $2N$ puntos de precisión con $2N + 6$ variables en la primera etapa, $r_1, r_2, r_3, r_4, l_1, l_2, \theta_1^k$ y θ_2^k , donde $k = 1, \dots, N$ posiciones y $N = 10$.

Aquí se calculan las dimensiones de los eslabones $r_1, r_2, r_3, r_4, l_1, l_2$, y los ángulos de entrada θ_1^k y θ_2^k , donde $K = 1, \dots, N$. En la segunda etapa se calculan los siguientes puntos de precisión solo con θ_1^k y θ_2^k , donde $K = N + 1, \dots, N2$. La trayectoria para seguir es proporcionada por la cadera (P_{xd}, P_{yd}) y el pie (A_{xd}, A_{yd}), las cuales se muestran en la Tabla 6. El problema de optimización está definido por [9] como sigue.

Primera etapa:

- Variables de diseño: $[\theta_1^1, \dots, \theta_1^N, \theta_2^1, \theta_2^N, r_1, r_2, r_3, r_4, l_1, l_2]$.
- Puntos deseados: $[(P_{xd}^1, P_{yd}^1), \dots, (P_{xd}^5, P_{yd}^5)]$ mostrados en la Tabla 6.
- Límites de las variables: $r_1, r_2, r_3, r_4 \in [40, 170], l_1 \in [280, 500], l_2 \in [280, 400], \theta_1^k \in [0, \pi/2]$ y $\theta_2^k \in [0, 2\pi]$.

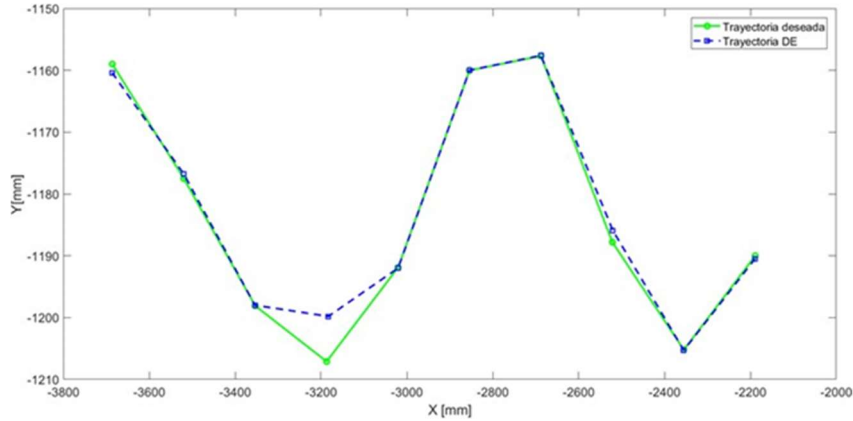


Fig. 9. Trayectoria deseada y trayectoria generada con DE del punto P en la cadera.

- Parámetros utilizados en el DE: Generaciones = 1000, cruce = 0.2, factor de escalamiento = 0.5, mutación = 0.8, población = 1000.

Segunda etapa:

- Variables de diseño: $[\theta_1^{N+1}, \dots, \theta_1^{2N}, \theta_2^{N+1}, \theta_2^{2N}]$.
- Puntos deseados: $[(P_{xd}^6, P_{xy}^6), \dots, (P_{xd}^{10}, P_{xy}^{10})]$ mostrados en la Tabla 6.
- Límites de las variables: $\theta_1^k \in [0, \pi/2]$ y $\theta_2^k \in [0, 2\pi]$.

El mejor mecanismo encontrado con Optimización por Enjambre de Partículas (PSO por sus siglas en inglés) [9] es:

$$r_1 = 72.4620, r_2 = 104.4731, r_3 = 123.6035, r_4 = 119.0642, l_1 = 471.0019, l_2 = 374.0438$$

$$[\theta_1^1, \dots, \theta_1^{2N}] = [1.2374, 0.7530, 0.6750, 0.6825, 0.7323, 0.9179, 1.0401, 0.9637, 0.9705, 1.1220].$$

$$[\theta_2^1, \dots, \theta_2^{2N}] = [1.6622, 2.4527, 2.6601, 2.6131, 2.4457, 1.9755, 1.7669, 1.8648, 1.8414, 1.6623].$$

El mejor mecanismo encontrado con el Algoritmo Evolución Diferencial propuesto es:

$$r_1 = 87.22, r_2 = 162.30144, r_3 = 110.0024, r_4 = 44.3247, l_1 = 394.6355, l_2 = 387.5617$$

$$[\theta_1^1, \dots, \theta_1^{2N}] = [1.2847, 0.7664, 0.7355, 1.1819, 1.2314, 0.7954, 0.9667, 1.1264, 1.0022, 1.1406].$$

$$[\theta_2^1, \dots, \theta_2^{2N}] = [2.1013, 1.2685, 3.24053, 5.7739E-4, 0.07061, 2.1068028229425786, 2.1488, 2.6364, 2.4905, 2.1806].$$

Para obtener la mejor solución en el seguimiento de la trayectoria de la cadera respecto al pie, en [9] hicieron 25 corridas empleando los algoritmos de optimización PSO y TLBO (Teaching-Learning-Based Optimization) con los cuales la mejor respuesta la obtuvieron con PSO en dos etapas.

En la primera etapa obtuvieron un error de 5.2×10^{-2} y en la segunda de 9.92×10^{-8} , teniendo un error total por los 10 puntos de 0.0520 [mm]. Optimizando el mismo

problema con DE, se hicieron 25 corridas sin dividir la trayectoria, es decir, se optimizaron las 26 variables ($r_1, r_2, r_3, r_4, l_1, l_2, \theta^1$ y θ^{10}) en una sola etapa.

Se establecieron 1000 generaciones con una población de 1000 obteniendo un error de 0.0694 mm en la mejor solución donde se observa que la trayectoria generada se aproxima a la trayectoria deseada (Fig. 9). Aunque no se generó una mejora en la solución que se reporta en [9] con PSO, DE presenta un mejor rendimiento en el consumo de recursos computacionales, ya que se necesita un menor número de iteraciones para encontrar la mejor solución.

Como se observó en general, comparando todos los resultados, utilizando la técnica de ED se obtienen resultados más cercanos al error cero, teniendo precisiones de milésimas.

4. Conclusiones y trabajo futuro

Como se observa los mecanismos de cuatro barras son ampliamente utilizados en diversas aplicaciones como en la rehabilitación. Para obtener una buena síntesis que permita el seguimiento de trayectorias específicas, se han utilizado técnicas como los métodos metaheurísticos, de los cuales se han seleccionado en este trabajo los más representativos para demostrar la versatilidad de estas técnicas, ya que fue posible resolver seguimientos de trayectorias con 5, 6 y 10 puntos de precisión. Como se observó, los algoritmos de Evolución Diferencial muestran ventajas respecto a la obtención de un error en el orden de 1×10^{-3} de 98.86 %, 96.68 % y 100 % comparado con los AG, WGO, EA respectivamente.

Esto no indica que las otras técnicas sean malas, solo se observa que para la síntesis de mecanismos los DE ofrecen mejores resultados. También se demostró que con la optimización en las dimensiones de los mecanismos se pueden generar trayectorias como el movimiento de cadera, de rodilla o de un dedo con una precisión de 0.14325 comparada con el del humano. Como trabajo futuro se analizará el comportamiento de los ED con diferentes técnicas de mutación, aplicadas al diseño de una prótesis de rodilla policéntrica para determinar cuál tiene el error mínimo en el seguimiento de la poloide.

Referencias

1. Ponce-Cruz, P., Molina-Gutiérrez, A., Ramírez-Mendoza, R., Méndez-Flores, E., Ortiz-Espinoza, A. A., Balderas-Silva, D. C.: A practical approach to metaheuristics using LabView and MatLab. *Computer Science, Engineering & Technology*, (2020) doi: 10.1201/9780429324413
2. Csiszar, S.: Optimization algorithms (survey and analysis). In: 2007 International symposium on logistics and industrial informatics. IEEE, pp. 185–188 (2007)
3. Desale, S., Rasool, A., Andhale, S., Rane, P.: Heuristic and Meta-Heuristic Algorithms and their relevance to the real world: A Survey. *International journal of computer engineering in research trends*, vol. 2, no. 5, pp. 296–304 (2015)

4. Mendez, E.: Electric machines control optimization by a novel geo-inspired earthquake metaheuristic algorithm. *Nanotechnology Instrumentation and Measurement*, pp. 1–6 (2018) doi: 10.1109/NANO FIM.2018.8688616
5. Mirjalili, S., Mohammad, S., Lewis, A.: Grey wolf optimizer. *Advances in engineering software*, vol. 69, pp. 46–61 (2014)
6. Topcuoglu, H. R., Ucar, A., Altin, L.: A hyper-heuristic based framework for dynamic optimization problems. *Applied Soft Computing*, vol. 19, pp. 236–251 (2014) doi: 10.1016/j.asoc.2014.01.037
7. Cabrera, J. A., Simon, A., Prado, M.: Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms. *Mech. Mach. Theory*, vol. 37, no. 10, pp. 1165–1177 (2002) doi: 10.1016/S0094-114X(02)00051-4
8. Cuevas-Jiménez, E. V., Osuna-Enciso, J. V., Oliva-Navarro, D. A., Díaz Cortés, M. A.: *Optimización - Algoritmos Programados con MATLAB*. Alfaomega (2016)
9. Singh, R., Chaudhary, H., Singh, A. K.: A novel gait-based synthesis procedure for the design of 4-bar exoskeleton with natural trajectories. *Journal of Orthopaedic Translation*, vol. 12, pp. 6–15 (2018) doi: /10. 1016/j.jot.2017.09.001
10. Slesongsom, S., Panagant, N., Bureerat, S.: Synthesis of four-bar linkage motion generation using optimization algorithms. *Advances in Computational Design*, vol. 4, no. 3, pp. 197–210 (2019) doi: 10.12989/acd.2019.4.3.000
11. Slesongsom, S., Bureerat, S.: Optimal synthesis of four-bar linkage path generation through evolutionary computation with a novel constraint handling technique. *Computational Intelligence and Neuroscience*, vol. 2018 (2018) doi: 10.1155/2018/5462563
12. Espinosa-Garcia, F. J., Tapia-Herrera, R., Lugo-González, E., Arias-Montiel, M.: Development of a robotic hand based on a palm with a metamorphic mechanism for extending the thumb's functionality. *J. Brazilian journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 43 (2021) doi: 10.1007/s40430-021-03094-2
13. Bapat, G. M., Sujatha, S.: A method for optimal synthesis of a biomimetic four-bar linkage knee joint for a knee-ankle-foot orthosis. *Journal of Biomimetics, Biomaterials and Biomedical Engineering*, vol. 32, pp. 20–28 (2017) doi: 10.4028/www.scientific.net/JBBBE.32.20
14. Nejlaoui, M., Alateyah, A. I., El-Garaihy, W. H.: Defect free optimization of a polycentric prosthetic knee design using imperialist competition-inspired optimization method. *Journal of Engineering Research*, pp. 1–15 (2021)
15. Xie, H., Wang, S., Li, F.: Knee joint optimization design of intelligent bionic leg based on genetic algorithm. *Int. J. Bioautomation*, vol. 18, no. 3, pp. 195–206 (2014) doi: 10.36909/jer.13063
16. Singh, R.: A Novel gait-inspired four-bar lower limb exoskeleton to guide the walking movement. *Journal of mechanics in Medicine and Biology*, vol. 19, no. 4, pp. 1–24 (2019) doi: 10.1142/S0219519419500192
17. Gao, M., Wang, Z., Li, S., Li, J., Pang, Z., Liu, S., Duan, Z.: Design and optimization of exoskeleton structure of lower limb knee joint based on cross four-bar linkage. *AIP Advances*, vol. 11, no. 6 (2021) doi: 10.1063 /5.0053899