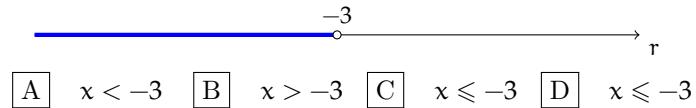


## 18.6 Esercizi

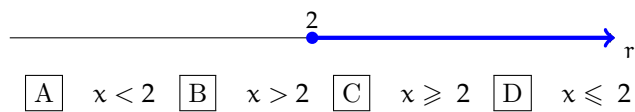
### 18.6.1 Esercizi dei singoli paragrafi

#### 18.1 - Intervalli sulla retta reale

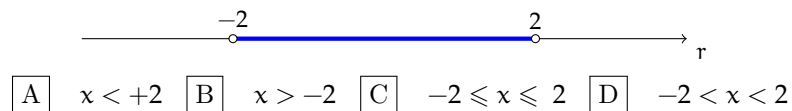
18.1. Determina la scrittura corretta per il seguente grafico.



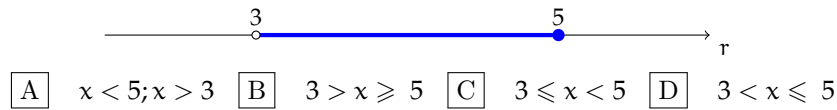
18.2. Determina la scrittura corretta per il seguente grafico.



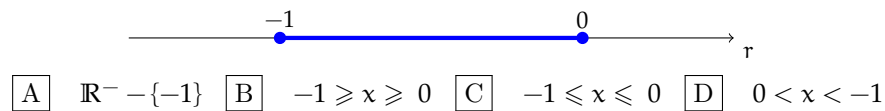
18.3. Determina la scrittura corretta per il seguente grafico.



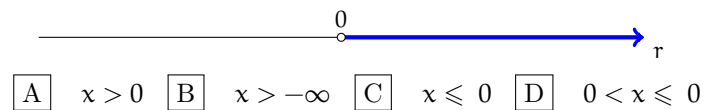
18.4. Determina la scrittura corretta per il seguente grafico.



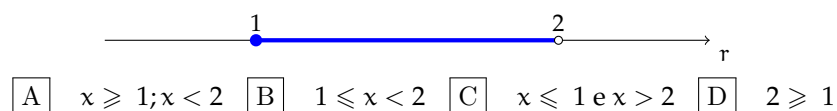
18.5. Determina la scrittura corretta per il seguente grafico.



18.6. Determina la scrittura corretta per il seguente grafico.



18.7. Determina la scrittura corretta per il seguente grafico.



**18.2 - Disequazioni numeriche**

**18.8.** Completa la seguente tabella indicando con una crocetta il tipo di disuguaglianza o disequazione:

Proposizione	Disuguaglianza		Disequazione
	Vera	Falsa	
Il doppio di un numero reale è minore del suo triplo aumentato di 1:			
La somma del quadrato di 4 con 3 è maggiore della somma del quadrato di 3 con 4:			
Il quadrato della somma di 4 con 3 è minore o uguale a 49:			
In $\mathbb{Z}$ : $(5 + 8) - (2)^4 > 0$ :			
$-x^2 > 0$ :			
$(x + 6)^2 \cdot (1 - 9) \cdot (x + 3 - 9) < 0$ :			

**18.9.** Rappresenta graficamente l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni.

- |                  |                     |                  |
|------------------|---------------------|------------------|
| a) $x - 2 > 0$ ; | d) $x - 5 \geq 0$ ; | g) $x \geq 0$ ;  |
| b) $x + 5 > 0$ ; | e) $x + 3 \leq 0$ ; | h) $-1 \leq x$ ; |
| c) $x - 4 > 0$ ; | f) $x > 0$ ;        | i) $3 > x$ .     |

**18.10 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

- |                   |                            |
|-------------------|----------------------------|
| a) $3 - x > x$ ;  | e) $x^2 + x^4 + 10 > 0$ ;  |
| b) $2x > 3$ ;     | f) $x^2 + x^4 + 100 < 0$ ; |
| c) $3x \leq 4$ ;  | g) $-x + 3 > 0$ ;          |
| d) $5x \geq -4$ ; | h) $-x - 3 \leq 0$ .       |

**18.11 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $3 + 2x \geq 3x + 2$ ;    | e) $4x + 4 \geq 2(2x + 1)$ ; |
| b) $5x - 4 \geq 6x - 4$ ;    | f) $4x + 4 \geq 2(2x + 2)$ ; |
| c) $-3x + 2 \geq -x - 8$ ;   | g) $4x + 4 < 2(2x + 3)$ ;    |
| d) $4x + 4 \geq 2(2x + 8)$ ; | h) $4x + 4 > 2(2x + 2)$ .    |

**18.12 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| a) $4x + 4 < 2(2x + 2)$ ; | e) $-3x > 0$ ;        |
| b) $x^2 + 4 > 3$ ;        | f) $-3x \leq 0$ ;     |
| c) $x^2 + 3 < -1$ ;       | g) $-3x + 5 \geq 0$ ; |
| d) $-3x - 8 \geq 2$ ;     | h) $-3x - 8 \geq 0$ . |

**18.13 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

a)  $4x + 4 \geq 3\left(x + \frac{4}{3}\right)$ ;

b)  $-\frac{4}{3}x \geq 1$ ;

c)  $-\frac{4}{3}x \geq 0$ ;

d)  $-\frac{4}{3}x \geq \frac{2}{3}$ ;

e)  $-\frac{2}{3}x \leq \frac{1}{9}$ ;

f)  $-\frac{2}{3}x \leq 9$ ;

g)  $\frac{x+5}{2} > -\frac{1}{5}$ ;

h)  $x^2 + 1 \geq \frac{x^2 + 4x - 1}{2} + 3x$ .

**18.14 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

a)  $x + \frac{1}{2} < \frac{(x+3)}{3} - 1$ ;

b)  $\frac{(x+5)}{3} + 3 + 2\frac{(x-1)}{3} \leq x + 4$ ;

c)  $(x+3)^2 \geq (x-2)(x+2)$ ;

d)  $\frac{3}{2}x + \frac{1}{4} < 5\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right)$ ;

e)  $1 - (2x-4)^2 > -x \cdot (4x+1) + 2$ ;

f)  $(x+1)^2 \geq (x-1)^2$ ;

g)  $\frac{3}{2} \cdot (x+1) - \frac{1}{3} \cdot (1-x) < x + 2$ ;

h)  $\frac{x+0,25}{2} < 1,75 + 0,25x$ .

**18.15 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

a)  $x - 3(x+3) < x - 2(x-1)$ ;

b)  $2(1+2x) > 1 - 2x$ ;

c)  $1 + x^2 < -5 + (x-1)^2 + x + 1$ ;

d)  $(x-3)^2 + 1 + 4x + 3(x-1) > (x+2)^2$ ;

e)  $\frac{-2+3x}{3} < \frac{x-1}{4} + \frac{x-2}{6}$ ;

f)  $\frac{x-1}{5} - \frac{4x-1}{10} > \frac{1-x}{2}$ .

**18.16 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

a)  $3x + 1 + \frac{x}{6} + \frac{1}{3}\left(2 - \frac{x+5}{2}\right) > \frac{x+8}{6}$ ;

b)  $\frac{(x+1)^2}{8} + \frac{2+x}{2} < 1 + x + 2\left(\frac{x-1}{4}\right)^2$ ;

c)  $x - 1 - 4 < \frac{4+x}{8} + \frac{3(3x-1)}{4} + \frac{2x-1}{2}$ ;

d)  $\frac{x-1}{2} + \frac{3x+1}{2} > 2x$ ;

e)  $\frac{2x-3}{3} > \frac{x-2}{2} + \frac{3x-5}{6}$ ;

f)  $\frac{2(5x+1)}{3} - 4 > \frac{x-1}{2}$ .

**18.17 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

a)  $\frac{1}{2}\left(3x - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}(1+x)(1-x) + 3\left(\frac{1}{3}x - 1\right)^2 \geq 0$ ;

b)  $3\frac{(x+1)}{2} - \frac{x+1}{3} - \frac{1}{9} > -5x + \frac{1}{2}$ ;

c)  $\left(\frac{x}{2} - 1\right)\left(1 + \frac{x}{2}\right) + x - \frac{1}{2} > x\frac{(x-1)}{4} + \frac{5x-6}{4}$ ;

d)  $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right) > \frac{x - \frac{1}{2}}{3} + \frac{x - \frac{1}{3}}{2}$ .

**18.18 (\*)**. Sommando un numero con il doppio del suo successivo si deve ottenere un numero maggiore di 17. Quali numeri verificano questa condizione?

**18.19 (\*)**. Sommando due numeri pari consecutivi si deve ottenere un numero che non supera la metà del numero più grande. Quali valori può assumere il primo numero pari?

**18.20 (\*)**. Il noleggio di una automobile costa € 55,00 al giorno, più € 0,085 per ogni chilometro percorso. Qual è il massimo di chilometri da percorrere giornalmente, per spendere non più di € 80,00 al giorno?

**18.21**. In una fabbrica, per produrre una certa merce, si ha una spesa fissa settimanale di € 413, ed un costo di produzione di € 2,00 per ogni kg di merce. Sapendo che la merce viene venduta a € 4,00 al kg, determinare la quantità minima da produrre alla settimana perché l'impresa non sia in perdita.

**18.22 (\*)**. Per telefonare in alcuni paesi esteri, una compagnia telefonica propone due alternative di contratto:

- a) € 1,20 per il primo minuto di conversazione, € 0,90 per ogni minuto successivo;
- b) € 1,00 per ogni minuto di conversazione.

Quanti minuti deve durare una telefonata perché convenga la seconda alternativa?

**18.23 (\*)**. Il prezzo di un abbonamento mensile ferroviario è di € 125,00. Sapendo che il prezzo di un singolo biglietto sulla stessa tratta è di € 9,50, trovare il numero minimo di viaggi per cui l'abbonamento mensile risulta conveniente, e rappresentare graficamente la soluzione.

**18.24**. Al circolo di tennis i soci pagano € 12 a ora di gioco, mentre i non soci pagano € 15. Sapendo che la tessera annuale costa € 150, qual è il numero minimo di partite all'anno oltre il quale risulta conveniente fare la tessera di socio?

**18.25 (\*)**. In montagna l'abbonamento per due settimane allo skipass costa € 220 mentre il biglietto giornaliero costa € 20. Andando a sciare ogni giorno, dopo quanti giorni risulta conveniente fare l'abbonamento?

**18.26 (\*)**. Marco ha preso alle prime tre prove di matematica i seguenti voti: 5; 5,5; 4,5. Quanto deve prendere alla quarta e ultima prova per avere almeno 6 di media?

**18.27**. Per produrre un tipo di frullatore, un'azienda ha dei costi fissi per € 12 000 a settimana e riesce a produrre 850 frullatori a settimana, ognuno dei quali ha un costo di produzione pari a € 34. L'azienda concorrente riesce a vendere un frullatore analogo a € 79. A quanto devono essere venduti i frullatori in modo che l'azienda abbia un utile e che il prezzo di vendita non sia superiore a quello del prodotto concorrente?

**18.28 (\*)**. Per il noleggio, una compagnia propone un'auto di tipo citycar al costo di € 0,20 per km percorso e una quota fissa giornaliera di € 15,00, un'auto di tipo economy al costo di € 0,15 per km e una quota fissa giornaliera di € 20,00. Dovendo noleggiare l'auto per 3 giorni, quanti km occorre fare perché sia più conveniente l'auto di tipo economy?

**18.29**. Alle 9:00 di mattina sono in autostrada e devo raggiungere una città che dista 740km entro le 17:00 poiché ho un appuntamento di lavoro. Prevedendo una sosta di mezz'ora per mangiare un panino, a quale velocità devo viaggiare per arrivare in orario?

**18.30 (\*)**. Quanto deve essere lungo il lato di un triangolo equilatero il cui perimetro deve superare di 900cm il perimetro di un triangolo equilatero che ha il lato di 10cm?

**18.31 (\*)**. I lati di un triangolo sono tali che il secondo è doppio del primo e il terzo è più lungo del secondo di 3cm. Se il perimetro deve essere compreso tra 10cm e 20cm, tra quali valori può variare il lato più piccolo?

**18.32 (\*)**. In un triangolo isoscele l'angolo alla base deve essere minore della metà dell'angolo al vertice. Tra quali valori deve essere compresa la misura dell'angolo alla base?

**18.33 (\*)**. Un trapezio rettangolo ha l'altezza che è il triplo della base minore, mentre la sua base maggiore è 5 volte quella minore. Se il perimetro del trapezio non deve su-

perare i 100m, quali valori può assumere la lunghezza dell'altezza del trapezio?

**18.34 (\*)**. Un rettangolo ha la lunghezza dei lati una doppia dell'altra. Si sa che il perimetro non deve superare 600m e che l'area non deve essere inferiore a  $200\text{m}^2$ . Tra quali valori possono variare le dimensioni del rettangolo?

### 18.3 - Sistemi di disequazioni

**18.35**. Sulla retta reale rappresenta l'insieme soluzione  $S_1$  dell'equazione:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot (5x + 3) = 2 + \frac{2}{3} \cdot (x + 1)$$

e l'insieme soluzione  $S_2$  della disequazione:

$$\frac{1}{2} - 2 \cdot \left( \frac{1-x}{4} \right) \geq 3 - \frac{6-2x}{3} - \frac{x}{2}.$$

È vero che  $S_1 \subset S_2$ ?

**18.36 (\*)**. Determina i numeri reali che verificano il sistema:  $\begin{cases} x^2 \leq 0 \\ 2 - 3x \geq 0 \end{cases}$ .

**18.37**. Attribuire il valore di verità alle seguenti proposizioni:

- a) il quadrato di un numero reale è sempre positivo;
- b) l'insieme complementare di  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -8\}$  è  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -8\}$ ;
- c) il monomio  $-6x^3y^2$  assume valore positivo per tutte le coppie dell'insieme  $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ ;
- d) nell'insieme  $\mathbb{Z}$  degli interi relativi il sistema  $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ 8x < 0 \end{cases}$  non ha soluzione;
- e) l'intervallo  $\left[-1, -\frac{1}{2}\right)$  rappresenta l'I.S. del sistema  $\begin{cases} 1 + 2x < 0 \\ \frac{x+3}{2} \leq x + 1 \end{cases}$ .

**18.38 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

- a)  $\begin{cases} 3 - x > x \\ 2x > 3 \end{cases}$  ;
- b)  $\begin{cases} 3x \leq 4 \\ 5x \geq -4 \end{cases}$  ;
- c)  $\begin{cases} 2x > 3 \\ 3x \leq 4 \end{cases}$  ;
- d)  $\begin{cases} 3x - 5 < 2 \\ x + 7 < -2x \end{cases}$  .

**18.39 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

- a)  $\begin{cases} 3 - x \geq x - 3 \\ -x + 3 \geq 0 \end{cases}$  ;
- b)  $\begin{cases} -x - 3 \leq 3 \\ 3 + 2x \geq 3x + 2 \end{cases}$  ;
- c)  $\begin{cases} 2x - 1 > 2x \\ 3x + 3 \leq 3 \end{cases}$  ;
- d)  $\begin{cases} 2x + 2 < 2x + 3 \\ 2(x + 3) > 2x + 5 \end{cases}$  .

18.40 (\*). Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\text{a) } \begin{cases} -3x > 0 \\ -3x + 5 \geq 0 \\ -3x \geq -2x \end{cases} ;$$

$$\text{b) } \begin{cases} -\frac{4}{3}x \geq \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3}x \leq \frac{1}{9} \end{cases} ;$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3 + 2x > 3x + 2 \\ 5x - 4 \leq 6x - 4 \\ -3x + 2 \geq -x - 8 \end{cases} ;$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x + 4 \geq 3 \cdot \left(x + \frac{4}{3}\right) \\ 4x + 4 \geq 2 \cdot (2x + 2) \end{cases} .$$

18.41 (\*). Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\text{a) } \begin{cases} 3(x-1) < 2(x+1) \\ x - \frac{1}{2} + \frac{x+1}{2} > 0 \end{cases} ;$$

$$\text{b) } \begin{cases} 16(x+1) - 2 + (x-3)^2 \leq (x+5)^2 \\ \frac{x+5}{3} + 3 + 2 \cdot \frac{x-1}{3} \leq x+4 \end{cases} ;$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + \frac{1}{2} < \frac{1}{3}(x+3) - 1 \\ (x+3)^2 \geq (x-2)(x+2) \end{cases} ;$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{2x+3}{3} > x-1 \\ \frac{x-4}{5} < \frac{2x+1}{3} \end{cases} .$$

18.42 (\*). Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\text{a) } \begin{cases} (x-1)^2 > 1 + (x+1)^2 \\ x^2 + 1 < x(x+2) - x \end{cases} ;$$

$$\text{b) } \begin{cases} x+2 > \frac{2}{3}(x-1) \\ \frac{1}{2} - \frac{x-1}{4} > \frac{x+2}{5} - \frac{x+2}{3} \end{cases} ;$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x-1}{4} < x \\ \frac{x-1}{3} > \frac{x+1}{2} \end{cases} ;$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{16+5x}{5} > \frac{x+1}{5} + 3 \left(1 - \frac{x}{2}\right) \\ \frac{x-1}{9} + \frac{x+4}{3} > \frac{37}{18} + \frac{x-5}{6} \end{cases} .$$

18.43 (\*). Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x-2}{6} > \frac{x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} \\ \frac{x+1}{4} < \frac{2-x}{3} - \frac{x-1}{6} \\ \frac{x-5}{4} < -\frac{x-4}{5} + \frac{1}{20}x \end{cases} ;$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x-7}{4} > \frac{2}{3}(x-1) - \frac{7(x+1)}{12} \\ \frac{x-7}{8} + \frac{x+1}{6} > 3x - 15 + \frac{x-2}{4} \\ 3 > \frac{x+4}{2} + \frac{1-2x}{3} \end{cases} ;$$

$$\text{c) } \begin{cases} 9 < -x \\ 3-x > -1-4(x+1) \\ 3x-1 < 7-2x \end{cases} ;$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{3}{7}x - 2 < \frac{5x-7}{14} - \frac{2x+7}{21} \\ 2x-5 - \frac{2x-11}{2} > \frac{19-2x}{2} - \frac{5}{2}x \\ \frac{13}{2} - 2x + \frac{9-3x}{10} < \frac{5x-12}{6} \\ \frac{7}{2} - x - \frac{1}{3}x < \frac{4x-1}{4} - \frac{x+9}{3} \end{cases} .$$

**18.44 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \left\{ \begin{array}{l} 2\left(x - \frac{1}{3}\right) + x > 3x - 2 \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} - \frac{x}{6} \end{array} \right. ; \\
 \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} < 5 \cdot \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right) \\ x^2 - 2x + 1 \geq 0 \end{array} \right. ; \\
 \text{c) } \left\{ \begin{array}{l} 3\left(x - \frac{4}{3}\right) + \frac{2-x}{3} + x - \frac{x-1}{3} > 0 \\ \left[1 - \frac{1}{6}(2x+1)\right] + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 < (x+1)^2 + \frac{1}{3}(1+2x) \end{array} \right. ; \\
 \text{d) } \left\{ \begin{array}{l} \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) > \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \\ 2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) < \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \end{array} \right. ; \\
 \text{e) } \left\{ \begin{array}{l} (x+3)^3 - (x+3)(9x-2) > x^3 + 27 \\ \frac{x+5}{3} + 3 + \frac{2(x-1)}{3} < x+1 \end{array} \right. .
 \end{array}$$

#### 18.4 - Disequazioni polinomiali di grado superiore al primo

**18.45**. Mediante il metodo 1 del problema 18.21 (a pagina 463) risolvi le seguenti disequazioni.

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } (x+3) \cdot \left(\frac{1}{5}x + \frac{3}{2}\right) < 0 \text{ e } \left(-\frac{6}{11} + 2x\right) \cdot \left(-x + \frac{9}{2}\right); \\
 \text{b) } \left(x + \frac{3}{2}\right) \cdot \left(5x + \frac{1}{5}\right) < 0 \text{ e } \left(-\frac{1}{10}x + 2\right) \cdot (-3x + 9) \geq 0.
 \end{array}$$

**18.46**. Il metodo 1 del problema 18.21 (a pagina 463) si complica se il prodotto ha più di due fattori. Prova infatti ad applicarlo alla seguente disequazione:  $(x-3) \cdot (2x-9) \cdot (4-5x) > 0$ .

**18.47 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } (x+2)(3-x) \leq 0; & \text{c) } (3x+2)(2-3x) < 0; \\
 \text{b) } x(x-2) > 0; & \text{d) } -3x(2-x)(3-x) \geq 0.
 \end{array}$$

**18.48 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } (x+1)(1-x)\left(\frac{1}{2}x - 2\right) \geq 0; & \text{c) } x^2 - 16 \leq 0; \\
 \text{b) } (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) < 0; & \text{d) } 4x^2 - 2x < 0.
 \end{array}$$

**18.49 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } x^4 - 81 \geq 0; & \text{c) } 16 - x^4 \leq 0; \\
 \text{b) } x^2 + 17x + 16 \leq 0; & \text{d) } x^2 + 2x + 1 < 0.
 \end{array}$$

**18.50 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 + 6x + 9 \geq 0; & \text{c) } x^2 + 3x - 4 \leq 0; \\ \text{b) } x^2 - 5x + 6 < 0; & \text{d) } x^3 > x^2. \end{array}$$

**18.51 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2(2x^2 - x) - (2x^2 - x) < 0; & \text{c) } x^3 - 2x^2 - x + 2 \geq 0; \\ \text{b) } x^2 - 2x + 1 + x(x^2 - 2x + 1) < 0; & \text{d) } x^4 + 4x^3 + 3x^2 > 0. \end{array}$$

**18.52 (\*)**. Trova l'Insieme Soluzione delle seguenti disequazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (6x^2 - 24x)(x^2 - 6x + 9) < 0; & \text{d) } x^3 - 6x^2 + 11 > 1 - 3x; \\ \text{b) } (x^3 - 8)(x + 2) < (2 - x)(x^3 + 8); & \text{e) } x^6 - x^2 + x^5 - 6x^4 - x + 6 < 0. \\ \text{c) } (2a + 1)(a^4 - 2a^2 + 1) < 0; & \end{array}$$

**18.53 (\*)**. Determina i valori che attribuiti alla variabile  $y$  rendono positivi entrambi i polinomi seguenti:  $p_1 = y^4 - 13y^2 + 36$ ;  $p_2 = y^3 - y^2 - 4y + 4$ .

**18.54 (\*)**. Determina i valori di  $a$  che rendono  $p = a^2 + 1$  minore di 5.

**18.55 (\*)**. Determina I. S. dei seguenti sistemi di disequazioni.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 < 0 \end{cases} ; \quad \text{b) } \begin{cases} x^2 + 3x - 18 \geq 0 \\ 12x^2 + 12x + 3 > 0 \end{cases} ; \quad \text{c) } \begin{cases} 16x^4 - 1 < 0 \\ 16x^3 + 8x^2 \geq 0 \end{cases} .$$

**18.56 (\*)**. Determina I. S. dei seguenti sistemi di disequazioni.

$$\text{a) } \begin{cases} 49a^2 - 1 \geq 0 \\ 9a^2 < 1 \\ 1 - a > 0 \end{cases} ; \quad \text{b) } \begin{cases} 2x^2 - 13x + 6 < 0 \\ (2x^2 - 5x - 3)(1 - 3x) > 0 \\ x^2 + 7 > 1 \end{cases} .$$

### 18.5 - Disequazioni frazionarie

**18.57**. Studia il segno della frazione

$$f = \frac{x^3 + 11x^2 + 35x + 25}{x^2 - 25}.$$

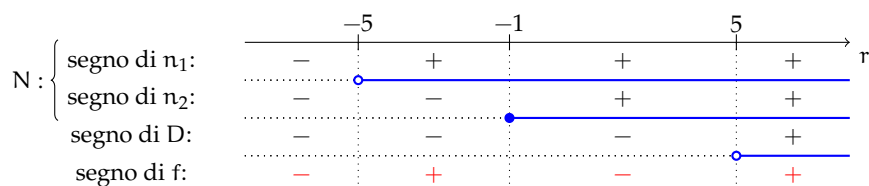
*Traccia di svolgimento.* Scomponi in fattori numeratore e denominatore, otterrai

$$f = \frac{(x + 5)^2(x + 1)}{(x + 5)(x - 5)}.$$

Poni le C. E. e semplifica la frazione: .....

Studia separatamente il segno di tutti i fattori che vi compaiono. Verifica che la tabella dei segni sia:





La frazione assegnata, con la C. E. :  $x \neq -5$  e  $x \neq 5$ , si annulla se  $x = -1$ ; è positiva nell'insieme  $A^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < -1 \vee x > 5\}$  ed è negativa in  $A^- = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \vee -1 < x < 5\}$ .

**18.58 (\*)**. Determina I. S. delle seguenti disequazioni fratte.

a)  $\frac{x-2}{3x-9} > 0;$

c)  $\frac{x+2}{x-1} < 2;$

b)  $\frac{3x+12}{(x-4)(6-3x)} \geq 0;$

d)  $\frac{4-3x}{6-5x} \geq -3.$

**18.59 (\*)**. Determina I. S. delle seguenti disequazioni fratte.

a)  $\frac{x+8}{x-2} \geq 0;$

c)  $\frac{4}{x+4} + \frac{2}{x-3} \leq 0;$

b)  $\frac{3x+4}{x^2+1} \geq 2;$

d)  $\frac{7}{x+3} - \frac{6}{x+9} \geq 0.$

**18.60 (\*)**. Determina I. S. delle seguenti disequazioni fratte.

a)  $\frac{3}{2-x} \leq \frac{1}{x-4};$

c)  $\frac{x-3}{x^2-4x+4} - 1 < \frac{3x-3}{6-3x};$

b)  $\frac{2}{4x-16} < \frac{2-6x}{x^2-8x+16};$

d)  $\frac{2}{x-2} > \frac{2x-2}{(x-2)(x+3)}.$

**18.61 (\*)**. Determina I. S. delle seguenti disequazioni fratte.

a)  $\frac{5}{2x+6} \geq \frac{5x+4}{x^2+6x+9};$

c)  $\frac{(x+3)(10x-5)}{x-2} < 0;$

b)  $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x^3+1} \leq 0;$

d)  $\frac{4-3x}{x-2} < \frac{3x+1}{x-2}.$

**18.62 (\*)**. Determina I. S. delle seguenti disequazioni fratte.

a)  $\frac{5x-4}{3x-12} \geq \frac{x-4}{4-x};$

c)  $\frac{(3x-12)(6-x)}{(24-8x)(36-18x)} \leq 0;$

b)  $\frac{2-x}{5x-15} \leq \frac{5x-1}{2x-6};$

d)  $\frac{(x-2)(5-2x)}{(5x-15)(24-6x)} \geq 0.$

**18.63 (\*)**. Determina I.S. delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{(x-2)(x+4)(x+1)}{(x-1)(3x-9)(10-2x)} \leq 0; & \text{c) } \frac{(x-5)(3x-6)(x-3)}{(4-2x)(x+6)x} \leq 0; \\ \text{b) } \frac{(5-x)(3x+6)(x+3)}{(4-2x)(x-6)x} \leq 0; & \text{d) } \frac{(x-3)(x+2)(15+5x)}{x^2-5x+4} \geq 0. \end{array}$$

**18.64 (\*)**. Determina I.S. delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{(x-4)^2(x+3)}{x^2+5x+6} \geq 0; & \text{c) } \frac{3-x}{x-2} < \frac{x-1}{x+3} + \frac{2}{x^2+x-6}; \\ \text{b) } \frac{x}{1-x^2} > \frac{1}{2x+2} - \frac{2}{4x-4}; & \text{d) } \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x+1} \geq \frac{3}{2x+2}. \end{array}$$

**18.65 (\*)**. Determina I.S. delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{3}{2x-1} \leq \frac{2x^2}{2x^2-x} - \frac{x+1}{x}; & \text{c) } \frac{2x}{2x-1} + \frac{x+2}{2x+1} > \frac{3}{2}; \\ \text{b) } \frac{2x^2}{2x^2-x} > 1; & \text{d) } \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} \leq 1. \end{array}$$

**18.66 (\*)**. Determina I.S. delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{2}{\frac{x+1}{x^2-1}} < 0; & \text{c) } \frac{3}{2x^2-4x-6} - \frac{x-2}{3x+3} < \frac{x-1}{2x-6}; \\ \text{b) } \frac{x}{x+1} - \frac{4-x}{x+2} \geq \frac{2x+1}{x^2+3x+2}; & \text{d) } \frac{1}{2-2x} \cdot \left( \frac{x(x-2)}{x-1} - \frac{3}{3-3x} \right) > -1. \end{array}$$

**18.67 (\*)**. Determina I.S. delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{x+1}{2} - 2 - \frac{x-1}{x} > 0; & \text{c) } \frac{2x+3}{x-1} > \frac{3}{1-x} - 2; \\ \text{b) } \frac{x+15}{3x-9} - \frac{4}{x-3} > 0; & \text{d) } \frac{3x}{x-2} + \frac{4}{x+2} < \frac{8-3x^2}{4-x^2}. \end{array}$$

**18.68 (\*)**. Determina I.S. delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{3x-5}{x-2} + \frac{2x-3}{2x-4} < \frac{x-3}{3x-6}; & \text{c) } \frac{9x+4}{x+1} - 6 > 0; \\ \text{b) } \frac{1}{x-2} > 3 - \frac{1-3x}{2-x}; & \text{d) } \frac{x+5}{x-1} < 1. \end{array}$$

**18.69 (\*)**. Determina I.S. delle seguenti disequazioni fratte.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } -\frac{2}{27-3x^2} - \frac{x+1}{2x-6} + \frac{3-2x}{6x-18} < -\frac{3}{x^2-9} + 4\frac{x-3}{18-2x^2}; & \\ \text{b) } \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{x}{x-2} < \frac{x-1}{x-1} - \frac{1}{3x-x^2-2} + \frac{2-x}{4x-4}; & \end{array}$$

$$c) \frac{(x-2)(x+4)(x^2+5x+6)}{(x^2-9)(-4-7x^2)(x^2-6x+8)(x^2+4)} < 0.$$

**18.70.** Dopo aver ridotto ai minimi termini la frazione  $f = \frac{3x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x}{6x^2 - x - 7}$ , completa

- a)  $f > 0$  per  $x < -1$  oppure .....  
 b)  $f = 0$  per .....  
 c)  $f < 0$  per .....

**18.71.** Determina il segno delle frazioni, dopo averle ridotte ai minimi termini.

$$f_1 = \frac{1-a^2}{2+3a}; \quad f_2 = \frac{a^3-5a^2-3+7a}{9-6a+a^2}; \quad f_3 = \frac{11m-m^2+26a}{(39-3m)(m^2+4m+4)}.$$

**18.72 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi con disequazioni fratte.

$$a) \begin{cases} \frac{2x}{x-1} \geq 2 \\ \frac{x}{x-3} < 0 \end{cases}; \quad c) \begin{cases} \frac{1}{x} - 1 \geq 0 \\ \frac{5+2x}{3x-2} < \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{5} > \frac{2}{x} + 1 \\ \frac{3x-3}{2x} > 1 + \frac{2}{x} \end{cases}; \quad d) \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} - 1 > 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{x} \leq \frac{1+x}{2} \end{cases}.$$

**18.73 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi con disequazioni fratte.

$$a) \begin{cases} \frac{2-x}{3x^2+x} \geq 0 \\ x^2-x-6 \geq 0 \\ x^2-4 \leq 0 \end{cases}; \quad c) \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+2} < 0 \\ \frac{2-x}{5x-15} \leq \frac{5x-1}{2x-6} \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} \frac{x^2-4x+4}{9-x^2} > 0 \\ x^2-3x \leq 0 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} \frac{4}{8-4x} - \frac{6}{2x-4} < 0 \\ \frac{x}{x-2} - \frac{6}{x^3-8} > 1 \end{cases}.$$

**18.74 (\*)**. Risolvi i seguenti sistemi con disequazioni fratte.

$$a) \begin{cases} \frac{2}{1-x} \geq -\frac{1}{x+2} \\ \frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x} \geq \frac{2}{x-1} \end{cases}; \quad b) \begin{cases} (2x+1)(x-1)(3-x) \geq 0 \\ \left(\frac{1}{3}x^2-3\right) - x\left(\frac{1}{3}x^2-3\right) > 0 \end{cases};$$

$$c) \begin{cases} x^2 - 4 > x(x^2 - 4) \\ \frac{x}{x-1} \geq -2 \\ (x-1)^2 - (x-2)^2 < 0 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{x-2}\right) \left(1 - \frac{2}{x-2}\right) < \frac{x-4}{2-x} \\ \left(\frac{2-x}{(x-3)^2} + \frac{2+x}{x^2-9}\right) \cdot \frac{x^3-27}{2x} > 0 \end{cases}$$

18.75 (\*). Risolvi i seguenti sistemi con disequazioni fratte.

$$a) \begin{cases} \left(1 - \frac{1}{x}\right) + 3\left(\frac{2}{x} + 1\right) > \frac{13}{2} \\ \frac{7+x}{2x} > \frac{2-x}{1-2x} \end{cases}; \quad c) \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ \frac{6}{2+x} - \frac{x+2}{x-2} > \frac{x^2}{4-x^2} \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{2x^2 - x - 1} \geq 0 \\ \frac{4x - 1 - 3x^2}{x^2 - 4} \leq 0 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} x^2 + 1 \leq -2x \\ 3x - 1 < 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

18.76. Motiva la verità o la falsità delle seguenti proposizioni riferite alle frazioni.

$$f_1 = \frac{a^3 - 81a}{81 - a^2}, \quad f_3 = \frac{20a - 50a^2 - 2}{4a - 20a^2}, \quad f_5 = \frac{1 - 4a^2}{2 - 8a + 8a^2},$$

$$f_2 = \frac{7a^2 + 7}{3 + 3a^4 + 6a^2}, \quad f_4 = \frac{a^4}{2a^4 + a^2}, \quad f_6 = \frac{2a^2 + a^3 + a}{2a^2 - a^3 - a}.$$

- a)  $f_1$  per qualunque valore positivo della variabile è negativa  
 b)  $f_2$  è definita per qualunque valore attribuito alla variabile  
 c)  $f_3$  è positiva nell'insieme I.S. =  $\{a \in \mathbb{R} \mid a < 0 \vee a > \frac{1}{5}\}$   
 d)  $f_4$  è positiva per qualunque valore reale attribuito alla variabile  
 e)  $f_5$  non si annulla nell'intervallo  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$   
 f)  $f_6$  è negativa per qualunque valore dell'insieme  $K = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

### 18.6.2 Risposte

18.10. a)  $x < \frac{3}{2}$ , b)  $x > \frac{3}{2}$ , c)  $x \leq \frac{4}{3}$ , d)  $x \geq -\frac{4}{5}$ , e)  $\mathbb{R}$ , f)  $\emptyset$ , g)  $x < 3$ ,  
 h)  $x \geq -3$ .

18.11. a)  $x \leq 1$ , b)  $x \leq 0$ , c)  $x \leq 5$ , d)  $\emptyset$ , e)  $\mathbb{R}$ , f)  $\mathbb{R}$ , g)  $\mathbb{R}$ , h)  $\emptyset$ .

18.12. a)  $\emptyset$ , b)  $\mathbb{R}$ , c)  $\emptyset$ , d)  $x \leq -\frac{10}{3}$ , e)  $x < 0$ , f)  $x \geq 0$ , g)  $x \leq \frac{5}{3}$ , h)  $x \leq -\frac{8}{3}$ .

18.13. a)  $x \geq 0$ , b)  $x \leq -\frac{3}{4}$ , c)  $x \leq 0$ , d)  $x \leq -\frac{1}{2}$ , e)  $x \geq -\frac{1}{6}$ , f)  $x \geq -\frac{27}{2}$ ,  
 g)  $x > -\frac{27}{5}$ , h)  $\mathbb{R}$ .

18.14. a)  $x < -\frac{3}{4}$ , b)  $\mathbb{R}$ , c)  $x \geq -\frac{13}{6}$ , d)  $x > \frac{3}{2}$ , e)  $x > 1$ , f)  $x \geq 0$ ,  
 g)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} = (-\infty, 1)$ , h)  $x < \frac{13}{2}$ .

- 18.15. a)  $x > -11$ , b)  $x > -\frac{1}{6}$ , c)  $x < -4$ , d)  $x < 1$ , e)  $x < \frac{1}{7}$ , f)  $x > 2$ .
- 18.16. a)  $x > \frac{3}{17}$ , b)  $\emptyset$ , c)  $x > -2$ , d)  $\emptyset$ , e)  $x < \frac{5}{2}$ , f)  $x > 1$ .
- 18.17. a)  $\mathbb{R}$ , b)  $x > -\frac{10}{111}$ , c)  $\emptyset$ , d)  $\mathbb{R}$ .
- 18.18.  $x > 5$ . 18.26. Almeno 9.
- 18.19.  $x \leq -2/3$ . 18.28. Più di 300km.
- 18.20. Massimo 294km. 18.30.  $x > 310$ cm.
- 18.22. Meno di 3 minuti. 18.31.  $\frac{7}{5}$ cm  $< x < \frac{17}{5}$ cm.
- 18.23. 14 18.32.  $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ .
- 18.25.  $x > 11$ . 18.33.  $h \leq \frac{150}{7}$ m.
- 18.34. Il lato minore tra 10m e 100m, il lato maggiore tra 20m e 200m.
- 18.36.  $x = 0$ .
- 18.38. a)  $\emptyset$ , b)  $-\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{4}{3}$ , c)  $\emptyset$ , d)  $x < -\frac{7}{3}$ .
- 18.39. a)  $x \leq 3$ , b)  $-6 \leq x \leq 1$ , c)  $\emptyset$ , d)  $\mathbb{R}$ .
- 18.40. a)  $x < 0$ , b)  $\emptyset$ , c)  $0 \leq x < 1$ , d)  $x \geq 0$ .
- 18.41. a)  $0 < x < 5$ , b)  $\mathbb{R}$ , c)  $-\frac{13}{6} \leq x < -\frac{3}{4}$ , d)  $-\frac{17}{7} < x < 6$ .
- 18.42. a)  $\emptyset$ , b)  $-8 < x < \frac{61}{7}$ , c)  $\emptyset$ , d)  $x > 0$ .
- 18.43. a)  $x < -\frac{1}{6}$ , b)  $3 < x < 5$ , c)  $\emptyset$ , d)  $\frac{27}{8} < x < 7$ .
- 18.44. a)  $x \geq 2$ , b)  $x > \frac{3}{2}$ , c)  $x > \frac{9}{10}$ , d)  $x > \frac{1}{2}$ , e)  $\emptyset$ .
- 18.47. a)  $x \leq -2 \vee x \geq 3$ , b)  $x < 0 \vee x > 2$ , c)  $x < -\frac{2}{3} \vee x > \frac{2}{3}$ , d)  $x \geq 0 \vee 2 \leq x \leq 3$ .
- 18.48. a)  $x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 4$ , b)  $1 < x < 2 \vee 3 < x < 4$ , c)  $-4 \leq x \leq 4$ , d)  $0 < x < \frac{1}{2}$ .
- 18.49. a)  $x \leq -3 \vee x \geq 3$ , b)  $-16 \leq x \leq -1$ , c)  $x \leq -2 \vee x \geq 2$ , d)  $\emptyset$ .
- 18.50. a)  $\mathbb{R}$ , b)  $2 < x < 3$ , c)  $-4 \leq x \leq 1$ , d)  $x > 1$ .

18.51. a)  $-1 < x < 0 \vee \frac{1}{2} < x < 1$ , b)  $x < -1$ , c)  $-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 2$ ,  
d)  $x < -3 \vee x > -1 \wedge x \neq 0$ .

18.52. a)  $0 < x < 4 \wedge x \neq 3$ , b)  $-2 < x < 2$ , c)  $a < -\frac{1}{2} \wedge a \neq -1$ , d)  $-1 < x < 2 \vee x > 5$ ,  
e)  $-3 < x < -1 \vee 1 < x < 2$ .

18.53.  $-2 < y < 1 \vee y > 3$ .

18.54.  $-2 < a < 2$ .

18.55. a)  $3 \leq x < 5$ , b)  $x \leq -6 \vee x \geq 3$ , c)  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ .

18.56. a)  $-\frac{1}{3} < a \leq -\frac{1}{7} \vee \frac{1}{7} \leq a < \frac{1}{3}$ , b)  $\frac{1}{2} < x < 3$ .

18.58. a)  $x < 2 \vee x > 3$ , b)  $x \leq -4 \vee 2 < x < 4$ , c)  $x < 1 \vee x > 4$ , d)  $x < \frac{6}{5} \vee x \geq \frac{11}{9}$ .

18.59. a)  $x \leq -8 \vee x > 2$ , b)  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ , c)  $x < -4 \vee \frac{2}{3} \leq x < 3$ ,  
d)  $-45 \leq x < -9 \vee x > -3$ .

18.60. a)  $2 < x \leq \frac{7}{2} \vee x > 4$ , b)  $x < \frac{8}{13}$ , c)  $x < 2 \vee 2 < x < \frac{5}{2}$ , d)  $x < -3 \vee x > 2$ .

18.61. a)  $x \leq \frac{7}{5} \wedge x \neq -3$ , b)  $-1 < x \leq 1$ , c)  $x < -3 \vee \frac{1}{2} < x < 2$ , d)  $x < \frac{1}{2} \vee x > 2$ .

18.62. a)  $x \leq 2 \vee x > 4$ , b)  $x \leq \frac{1}{3} \vee x > 3$ , c)  $x < 2 \vee 3 < x \leq 4 \vee x \geq 6$ ,  
d)  $x \leq 2 \vee \frac{5}{2} \leq x < 3 \vee x > 4$ .

18.63. a)  $x \leq -4 \vee -1 \leq x < 1 \vee 2 \leq x < 3 \vee x > 5$ ,  
b)  $-3 \leq x \leq -2 \vee 0 < x < 2 \vee 5 \leq x < 6$ , c)  $x < -6 \vee 0 < x \leq 3 \vee x \geq 5$  con  $x \neq 2$ ,  
d)  $-3 \leq x \leq -2 \vee 1 < x \leq 3 \vee x > 4$ .

18.64. a)  $x > -2$ , b)  $x < -1$ , c)  $x < -3 \vee -1 < x < 2 \vee x > \frac{5}{2}$ ,  
d)  $x \leq -6 \vee -2 < x < -1$ .

18.65. a)  $x < 0 \vee \frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{2}$ , b)  $x < \frac{1}{2} \wedge x \neq 0$ , c)  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{10} \vee x > \frac{1}{2}$ , d)  $x < 4 \wedge x \neq 3$ .

18.66. a)  $x < -1 \vee -1 < x < 1$ , b)  $x < -2 \vee x \geq \frac{5}{2}$ , c)  $x < -1 \vee 0 < x < 2 \vee x > 3$ ,  
d)  $\mathbb{R} - \{1\}$ .

18.67. a)  $0 < x < 1$ , b)  $x < -3 \vee x > 3$ , c)  $x < -1 \vee x > 1$ , d)  $x < -2 \vee 0 < x < 2$ .

18.68. a)  $\frac{3}{2} < x < 2$ , b)  $x > 2$ , c)  $x < -1 \vee x > \frac{2}{3}$ , d)  $x < 1$ .

18.69. a)  $x < -3 \vee x > 3$ , b)  $x < 0 \vee 1 < x < \frac{12}{7} \vee x > 2$ ,  
c)  $x < -4 \vee -2 < x < 3 \vee x > 4$  con  $x \neq 2$ .

**18.72.** a)  $1 < x < 3$ , b)  $-\frac{5}{6} < x < 0$ , c)  $0 < x < \frac{2}{3}$  d)  $x > 1$ .

**18.73** a)  $\{x \in \mathbb{R}/x = -2\}$ , b)  $\{x \in \mathbb{R}/0 \leq x < 3 \text{ con } x \neq 2\}$ , c)  $x < -2$  d)  $x > 2$ .

**18.74** a)  $x < -5 \vee -2 < x < 0 \vee \frac{2}{3} \leq x < 1$ , b)  $x < -3 \vee 1 < x < 3$ ,  
c)  $x < -2 \vee 1 < x < \frac{3}{2}$ , d)  $1 < x < 3 \wedge x \neq 2$ .

**18.75** a)  $0 < x < \frac{7}{17} \vee \frac{1}{2} < x < 2$ , b)  $x < -2 \vee \frac{1}{3} \leq x < 1 \vee x \geq 3$ ,  
c)  $1 \leq x < 2$ , d)  $\emptyset$ .